OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

UNA - UCR - TEC - UNED - MEP - MICIT

Combinatoria, Probabilidad y Razonamiento Lógico

I Nivel
I Eliminatoria

Marzo, 2015

Introducción

El presente documento pretende ser una guía introductoria para aquellos estudiantes de los primeros niveles de Olimpiadas de Matemática, ofreciendo una leve reseña acerca de los contenidos necesarios para resolver los ejercicios que se plantean en los temas de razonamiento lógico, conteo y probabilidad. Además se brinda un compendio de ejemplos resueltos tomados de pasadas eliminatorias de olimpiadas. Lo anterior dará al estudiante una idea cercana del concurso y de los retos que enfrentará en este.

Por otra parte, se brinda una lista de ejercicios para que cada persona ponga a prueba sus habilidades y conocimientos adquiridos. Al final del documento se le brinda la solución a dichos ejercicios, con el fin de que verifique los resultados obtenidos.

TEMARIO

1. Medidas de tendencia central en datos no agrupados: media, mediana, moda.

2. Concepto de probabilidad.

3. Problemas que se resuelven mediante estrategias de razonamiento lógico, entre ellos problemas donde se apliquen técnicas de conteo (regla de la suma y del producto), paridad, principio del palomar, suma de Gauss, estrategias ganadoras.

4. Razones y proporciones. Regla de tres simple y compuesta. Porsentajes.

5. Sucesiones.

Índice

1. Mediadas de tendencia central en datos no agrupados: media, mediana, moda

Antes de repasar cómo calcular las diferentes medidas de tendencia central, es importante resaltar que estas se obtienen a partir de un conjunto llamado muetra, esto debido a que en los próximos temas recurriremos a esta para definir conceptos.

Una **muestra** es un subconjunto de los individuos de una población, una parte extraída de un conjunto que se considera como una porción representativa de este. El término tamaño muestral "n", indica el número de elementos que hay en la muestra.

Una medida muy útil es la **media** de la muestra, esta es simplemente un promedio numérico que se calcula de la siguiente manera:

Si tenemos una muestra, digamos los goles anotados por la Liga en una serie de cinco partidos (entonces $n = 5$) $2, 1, 4, 3, 2$, la media de goles que se anota por partido esta dada por:

$$\frac{2+1+4+3+2}{5} = \frac{12}{5} = 2{,}4$$

En terminos más algebraicos, si se tiene que las observaciones en una muestra son $x_1, x_2, ..., x_n$. La media de la muestra, es

$$\frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$$

Otra medida relevante es la **mediana** de una muestra, el valor de esta se tomará según el tamaño de la muestra sea par o impar, es decir, si el tamaño muestral es impar, la madiana será el elemento que se encuentra en la posición $\frac{n+1}{2}$, al ordenar la muestra desde el elemento menor al mayor, y será el promedio del elemento de la posición $\frac{n}{2}$ y $\frac{n}{2}+1$ en el caso de que el tamaño muestral sea par.

Por ejemplo, suponga que el conjunto de datos es el siguiente: $3, 1, 7, 2, 14$ el cual al ordenarse en forma ascendente se ve así

$$1, 2, 3, 7, 14,$$

entonces la mediana de la muestra es 3.

La **moda** en un espacio muestral o muetra, es el valor que tiene mayor frecuencia, es decir, el elemento que se repite la mayor cantidad de veces.

2. Probabilidad

En probabilidad se utiliza la palabra experimento, para describir cualquier proceso que genere un conjunto de datos. Al conjunto de todos los resultados posibles de un experimento realizado se le llama espacio muestral.

Un evento es un subconjunto o un caso particular de un espacio muestral, es decir es, son los datos de un caso específico de los que pueden darse en el experimento.

La probabilidad de la ocurrencia de un evento que resulta de tal experimento, se evalúa utilizando un conjunto de números reales denominados pesos o probabilidades, que van de 0 a 1. Para todo punto en el espacio muestral asignamos una probabilidad tal que la suma de todas las probabilidades es 1.

Si tenemos razón para creer que al llevar a cabo el experimento es bastante probable que ocurra cierto punto muestral, le tendríamos que asignar a éste una probabilidad cercana a 1. Por el contrario, si creemos que no hay probabilidades de que ocurra cierto punto muestral, le tendríamos que asignar a éste una probabilidad cercana a cero.

En muchos experimentos, como lanzar una moneda o un dado, todos los puntos muestrales tienen la misma oportunidad de ocurrencia, por lo tanto, se les asignan probabilidades iguales. Lo cual será el caso en la mayor parte de experimentos que se utilizarán en los ejercicios de olimpiadas.

A los puntos fuera del espacio muestral, es decir, a los eventos que no tienen posibilidades de ocurrir, les asignamos una probabilidad de cero.

Para encontrar la probabilidad de un evento A sumamos todas las probabilidades que se asignan a los elementos del espacio muestral del caso particular A. Esta suma se denomina probabilidad de A y se denota con $P(A)$. Es decir, si un experimento puede dar como resultado cualquiera de N diferentes resultados que tienen las mismas probabilidades de ocurrir, y si exactamente n de estos resultados corresponden al cumplimiento del evento A, entonces la probabilidad del evento A es:

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

Ejemplo 1

Del conjunto $\{1,2,3,...,99,100\}$ se extrae un número al azar. Entonces la probabilidad de que el número seleccionado sea menor a 25 corresponde a

1. $\frac{6}{25}$
2. $\frac{19}{25}$
3. $\frac{1}{4}$
4. $\frac{3}{4}$

Solución
Como podemos observar, en el conjunto existen 100 números, de los cuales exactamente 24 son menores que 25.
Por lo anterior, la probabilidad solicitada es $\frac{24}{100} = \frac{6}{25}$ y así la opción correcta es la primera.

ítem 8, I eliminatoria, 2013

3. Conteo

En ocasiones nos encontraremos con problemas en los que debemos contar las posibilidades de diferentes situaciones, pero estas tienen un gran número de sucesos, por lo que contarlos uno a uno se vuelve difícil. Para ayudarnos con este problema nacen las técnicas de conteo.

Ley del Producto

Si una cierta tarea puede realizarse de n formas distintas y, para cada una de estas forma, una segunda tarea puede realizarse de m formas distintas, entonces las dos tareas juntas pueden realizarse (en ese orden), de $n \cdot m$ formas distintas.

Ejemplo 2

¿Cuántos números de 4 cifras tienen todas sus cifras pares?

Solución

Las cifras posibles son $0, 2, 4, 6$ y 8 para las cuatro posiciones, exceptuando para la primera, porque la primera cifra no ser 0 (Por ejemplo, el número 0428 tiene tres cifras, no cuatro)

Así, para la primera cifra hay 4 posibilidades, para la segunda hay 5 , para la tercera y la cuarta también.

La escogencia de las cifras es independiente, así que tenemos $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 500$ números con esta condición.

Ley de la Suma

Si una cierta tarea se puede realizar de n maneras, en un caso, o de m maneras en segundo caso, excluyente del primero. La tarea se podrá realizar en $n+m$ formas distintas.

Ejemplo 3

Juan tiene 4 cartas en su mano, mientras que María tiene 7. Marco debe escoger una carta de alguno de los dos. ¿De cuántas formas puede escoger Marco su carta?

Solución

Marco tiene $4+7=11$ posibles cartas para escoger.

Ejemplo 4

La cantidad de veces que aparece el número 1 como dígito en los números naturales menores que 100 corresponde a
(a) 19
(b) 20
(c) 21
(d) 22

Solución:

De 0 a 9 hay 1, de 10 a 19 hay 11, de 20 a 99 hay 8. Entonces hay un total de

$$1+11+8=20$$

.

ítem 7, I nivel, 2011

Permutaciones y combinaciones

Tipo	Fórmula	Ejemplo. Sea el conjunto de las 5 vocales del abecederario
Permutaciones de n objetos	Sin repetición de objetos $n!$	Las permutaciones de las 5 vocales, sin repetición de vocales $5!=120$
	Con repetición de objetos n^n	Las permutaciones de las 5 vocales, con repetición de vocales. Por ejemplo: aiaao, eiaie, uuueu, $5^5=3125$
Permutaciones de n objetos tomados de r en r	Sin repetición de objetos $_nP_r=\frac{n!}{(n-r)!}$	Las permutaciones de las 5 vocales, tomando parejas $_5P_2=\frac{5!}{(5-2)!}=\frac{5!}{3!}=\frac{120}{6}=20$
	Con repetición de objetos $_nP_r=n^r$	Las permutaciones de las 5 vocales, tomando parejas, permitiendo repetición de vocales. Por ejemplo,: aa, ee, ii, oo, uu $_5P_2=5^2=25$
Permutaciones de n objetos arreglados en círculo	$(n-1)!$	Las diferentes maneras de acomodar las 5 vocales en forma de un círculo $(5-1)!=4!=24$
Permutaciones distintas de n objetos de los que n_1 son de una clase, n_2 de una segunda clase, ..., n_4 de una k-ésima clase	$\frac{n!}{n_1\cdot n_2\cdots n_k}$	Diferentes maneras de acomodar las 5 vocales si solo se distingue que hay 3 vocales graves y 2 agudas. $\frac{5!}{3!\cdot 2!}=\frac{120}{6\cdot 2}=\frac{120}{12}=10$
Combinaciones de n objetos tomados de r en r	$_nC_r=\frac{n!}{r!(n-r)!}$	Las combinaciones de las 5 vocales, tomando parejas $_5C_2=\frac{5!}{2!(5-2)!}=\frac{5!}{2!\cdot 3!}=\frac{120}{12}=10$ Observación: el orden de las vocales no importa. O sea, es el mismo elemento ae que ea

Ejemplo 5

Dado el siguiente conjunto $B = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$. Entonces la mayor cantidad de números pares de tres cifras diferentes que se pueden formar con los elementos de B corresponde a
(a) 25
(b) 40
(c) 45
(d) 50

<u>Solución</u>

Para que el número sea par, la cifra de las unidades de este número solo tiene dos posibilidades de escogencia 2 o 6.

La cifra de las decenas de este número tendrá cinco posibilidades, ya que no podemos repetir números.

Para la cifra de las centenas solo nos quedan cuatro posibilidades de escogencia.

Por lo que se podrán formar $2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot = 40$ números paresde ciifras diferentes, por lo que la opción (b) es la correcta.

ítem 11, I nivel, 2011

4. Razonamiento Lógico

"...es el proceso sistemático de pensamiento que le permite al sujeto extraer conclusiones a partir de premisas o acontecimientos dados previamente"(Carretero y Madruga, 1984, p. 49)

<u>**Algunos Referentes**</u> Sea n un número natural:

1. Números consecutivos: $n, n+1, n+2$ ó $n-1, n, n+1$
2. Todo número par es de la forma $2n$, y todo impar de la forma $2n+1$
3. Consecutivos pares $2n, 2n+2, 2n+4$
4. Consecutivos impares $2n+1, 2n+3, 2n+5$

Ejemplo 6

Si el sucesor del producto de dos números primos es un número primo entonces se puede asegurar concerteza que la suma de esos dos números primos es un número

(a) par
(b) primo
(c) impar
(d) compuesto

Solución
De los dos primeros números primos uno de ellos debe ser 2, de lo contrario ambos serían impares, de lo que su producto sería impar y el sucesor del producto sería par, por lo tanto compuesto.

Entonces la suma de 2, más un número primo, el cual debe ser impar, tendrá un resultado impar.

De donde la respuesta correcta es la (c).

ítem 12, I nivel, 2012

Algunas ideas al intentar resolver un ejercicio de razonamiento lógico

- Buscar un patrón.
- Dibujar una figura si el ejercicio involucra una en particular, y aprovechar sus propiedades.
- Descubrir todos los casos, dividir en casos.
- Llevar a cabo el ejercicio con una notación que facilite la resolución y comprensión de las ideas.
- Trabajar .ªl revés", tener claro a dónde se quiere llegar.
- Formularse problemas equivalentes, modificar el problema.

Ejemplo 7

Carlos y Daniel compiten en una carrera de 400 metros. Cuando Carlos llega a la meta, a Daniel aún le faltan 30 metros. Al día siguiente vuelven a correr y Carlos, para compensar su ventaja,inicia la competencia 20 metrso atrás del punto de salida. Suponiendo que ambos corren a la misma velocidad que el día anterior, se puede afirmar que

(a) Ambos llegan al mismo tiempo
(b) Carlos gana con un metro de ventaja
(c) Daniel gana con un metro de ventaja
(d) Carlos gana con dos metros de ventaja

Solución

Carlos alcanzaría a Daniel 20 metros antes de llegar a la meta, y como es más rápido ganará la carrera.
La relación de velocidad de Daniel con respecto a Carlos es $frac380400 = 0{,}95$.
Por lo anterior, Carlos recorrerá los 20 metros restantes cuando Daniel haya recorrido solo $20 \cdot 0{,}95 = 19$ metros. Por lo que Carlos gana la carrera por un metro de diferencia.
Entonces la opción correcta es la (b).

pregunta 12, II nivel, 2011

Ejemplo 8

Se tienen cinco medidores de agua A, B, C, D y E que corresponden cada uno a uno de cinco apartamentos $1, 2, 3, 4$ y 5, no necesariamente en ese orden, situados cada uno en un piso distinto de un edificio. Ningún apartamento tiene tanque auxiliar de agua. Quien instaló los medidores olvidó señalar qué medidor corresponde a cada apartamento y ahora se ha presentado un daño que obliga a identificarlos correctamente. Se dispone de la siguiente información:

I) Solo el 2 y el 5 no están habitados.
II) Se cerraron todos los medidores, y posteriormente, al abrir a la vez el A y el B el inquilino del 4 reportó que tenía agua.
III) Luego se cierra A y se abre C (B continua abierto) y no se reporta cambios en la situación de los apartamentos.

Con esta información señale la única afirmación, entre las siguientes, que es falsa
(a) El medidor E no corresponde al apartamento 5
(b) El medidor C corresponde al apartamento 2 o al 5
(c) El medidor A corresponde al apartamento 1 o al 3
(d) El medidor B corresponde al apartamento 4

Solución:

De II y III se infiere que el medidor B corresponde al apartamento 4. La afirmación d) es verdadera.

Como al abrir C no se reportan cambios entonces este medidor corresponde a uno de los apartamentos vacíos: 2 o 5. Así, b) es verdadera.

Cuando A estuvo abierto solo el 4 reportó que tenía agua, pero esta provenía del B (de acuerdo con II y III), entonces A corresponde a uno de los apartamento no habitados (el 2 o el 5). De este modo, c) es falsa.

Como los medidores A y C corresponden a 2 y 5 (en un orden no determinado), entonces B no puede corresponder a ninguno de estos dos. Así a) es verdadera.

pregunta 9, I nivel, 2011

4.1. Regla de tres y regla de tres compuesta

La regla de tres consiste en comparar una serie de "n"valores con otra serie de "$n-1$"valores correspondientes a las magnitudes dadas, mas como puede notarse hay uno de estos valores correspondientes que es una incógnita.

El objetivo de la regla compuesta es determinar el valor desconocido x, despejándolo de la serie de comparaciones.

Ejemplo 9

Un automovil recorre 120 kilómetros en 3 horas, con rapidez constante. Entonces el tiempo en minutos que tarda dicho automovil en recorrer 20 kilómetros con las mismas condiciones corresponde a

(a) 10
(b) 15
(c) 20
(d) 30

Solución

El tiempo que tarda el automovil en recorrer 20 kilómetros se calcula así:
Si se designa con x el tiempo en minutos buscado, se tiene que

$$\frac{120km}{3h} = \frac{120km}{180min}$$
$$\Rightarrow \frac{120}{180} = \frac{20}{x}$$
$$\Rightarrow x = \frac{180 \cdot 20}{120} = 30min$$

Entonces el tiempo que requiere el automovil es de 30 minutos, por lo que la opción correcta es la (d).

pregunta 4, I Eliminatoria, 2013

4.2. Sucesiones

Una sucesión es una serie continua de elementos, por lo que matemáticamente hablando podemos decir que una sucesión es un conjunto de términos que se encuentran escritos en un orden y modelo establecido.

Por ejemplo si observamos la siguiente serie $2, 2, 4, 6, 10, 16, x$ y queremos descubrir cuál es el valor que debe tener "x"para completar la serie de forma que cumpla con el orden ya establecido, entonces debemos ahondar en la relación existente entre cada elemento de la serie, veamos:

$$2 + 2 = 4$$
$$2 + 4 = 6$$
$$4 + 6 = 10$$
$$6 + 10 = 16$$

Es decir que la suma de dos términos consecutivos dará el número siguiente en esta serie. Por lo tanto el valor de $x = 10 + 16 = 26$.

Ejemplo 10

En un colegio hay 2013 estudiantes los cuales son puestos en fila. A cada uno de estos estudiantes se le etiqueta desde el primero al último por medio del siguiente patrón $1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, ...$.
¿Cuál es el número que le corresponde al estudiante que está en la posición 2013?
(a) 2
(b) 3
(c) 4
(d) 5

Solución

Observe que esta es una sucesión de enteris que se va repitiendo de ocho en ocho términos.
Tenemos entonce que averiguar cuantas veces alcanza el 8 en 2013 y encontrar su residuo, ya que este nos dirá la posición en la serie que estamos buscando.
Se tiene entonces que $2013 \div 8 = 251$ y el residuo es 5. Luego al 2013 le corresponderá el quinto elemento de la sucesión, que en este caso es 5, por lo que la respuesta correcta es la opción (d).

pregunta 16, I Eliminatoria, 2013

4.3. Principio del Palomar

Este es un principio básico que nos permite resolver de manera muy sencilla ciertos ejercicios.
El Principio del Palomar dice que si se tienen $n + 1$ palomas en n palomares, entonces habrá un palomar que tendrá al menos dos palomas. En forma más general, si se tienen $n \cdot k + 1$ palomas en n palomares, entonces habrá un palomar que tendrá al menos $k + 1$ palomas.

Ejemplo 11

Una bolsa contiene canicas de cinco colores: rojas, azules, verdes, blancas y negras. ¿Cuál es el número más pequeño de canicas que podemos sacar de la bolsa, sin mirar, de modo que tengamos la seguridad de que tenemos al menos dos canicas del mismo color?

Solución

Primero veamos que si sacamos solo cinco canicas, cabe la posibilidad de que todas sean de un color diferente, lo cual no cumple con lo pedido en el problema.
Ahora, como sólo son cinco colores (palomares) y si sacamos seis canicas (palomas), existen entonces al menos dos canicas del mismo color, esto por el principio del palomar.

5. Ejercicios propuestos

1. Se tiene una piscina que se llena con 3000 litros de agua, la misma tiene una válvula de desague, por la cual desaloja agua en forma constante a razón de 64 litros por cada 4 horas, mentras que otra válvula vierte agua en forma constante en la piscina a razón de 57 litros cada 3 horas. ¿El tiempo que tarda la piscina en llenarse correspode a?

   a) 10 horas

   b) 100 horas

   c) 1000 horas

   d) 10000 horas

   pregunta 6, I Eliminatoria, 2013

2. La probabilidad de que se obtengan cinco escudos al lanzar una moneda al aire 5 veces, corresponde a

   a) $\frac{1}{32}$

   b) $\frac{1}{25}$

   c) $\frac{1}{2}$

   d) 1

   pregunta 12, I Eliminatoria, 2013

3. Una canasta contiene 39 balones. Para estos balones se sabe lo siguiente:

   - Hay al menos un balón de baloncesto
   - Siempre que se sacan tres balones cualesquiera, al menos dos son para futbol.

   ¿Cuántos balones para baloncesto hay en la canasta?

   a) 1

   b) 2

   c) 4

   d) 38

   pregunta 12, I Eliminatoria, 2013

4. Cuatro estudiantes: Eny, Raquel, Brenda y Alicia participaron durante dos semana en la Escuela de Matemática Latinoamericana y del Caribe. Cada una viene de un lugar diferente: Sarapiquí, Santo Domingo, Moravia o Birrisito. Además se cuenta con la siguiente información:

   - Eny y la estudiante de Birricito comparteron habitación.
   - Eny nunca ha estado en Sarapiquí ni en Moravia.

- En un partido de futbol que se realizó entre semana, Brenda jugó en el mismo equipo que la estudiante de Sarapiquí, mientras que la estudiante de Birrisito estaba en el equipo opuesto.
- La estudiante de Sarapiquí y Alicia pasaban jugando ajedrez.

¿De qué ñugar es Alicia?

a) Sarapiquí

b) Moravia

c) Birrisito

d) Santo Domingo

pregunta 19, I Eliminatoria, 2013, nivel B

5. Los asientos de un carrusel están numerados con $1, 2, 3, ..$ y así sucesivamente de forma consecutiva y circular. Un niño está sentado en el número 11 y otro está sentado en el número 4, que está diametralmente opuesto. Entonces, la cantidad de asientos que tiene el carrusel es

a) 13

b) 14

c) 16

d) 17

pregunta 7, I Eliminatoria, 2012

6. Si 12 trabajadores contruyen un muro en 8 días, con una jornada de 8 horas diarias, entonces la cantidad de trabajadores que se ocupan para construir un muro igual al anterior en 4 días con jornadas de 6 horas corresponde a

a) 24

b) 32

c) 36

d) 40

pregunta 17, I Eliminatoria, 2012

7. El Ministerio de Salud reportó hace un mes que $10\,\%$ de la población padeció de una enfermedad. En el trascurso de este mes, $20\,\%$ de las personas enfermas se curaron y un $10\,\%$ de las personas sanas se enfermaron. Entonces el porcentaje de la población que goza de buena salud actualmente es

a) 82
b) 83
c) 90
d) 91

pregunta 2, I Eliminatoria, 2011

8. El ángulo que recorre la aguja de las horas de un reloj en 75 minutos es

a) $30°$
b) $32,5\circ$
c) $35°$
d) $37,5°$

pregunta 3, I Eliminatoria, 2011

9. El número de combinaciones posibles para tener 900 colones en 11 monedas de todas las denominaciones ($c5$, $c10$, $c25$, $c50$, $c100$, $c500$) es

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

pregunta 5, I Eliminatoria, 2011

10. En la siguiente cuadrícula deben colocarse los números $1, 2, 3, 4$ de modo que la suma de los números de cada fila, columna, diagonal y subcuadrícula sea 10.

	4		
		3	1

Entonces la suma de los números que deben colocarse en las casillas inferior izquierda y superior derecha es *a*) 4

b) 5

c) 6

d) 7

pregunta 4, I Eliminatoria, 2011

6. Solución a los ejercicios propuestos

1. Como la piscina está siendo abastecida a razón de 57 litros por cada 3 horas, que es equivalente a decir 19 litros por hora y sale agua a razón de 64 litros por cada 4 horas que equivalen a 16 litros por hora. Entonces hay una diferencia de 3 litros por hora a favor del llenado de la piscina, por lo que la piscina tardará 1000 horas en llenarse. Por lo tanto, la opción correcta es la (c).

2. El número total de formas distintas en que pueden salir cara o escudo en 5 lanzamientos es $2^5 = 32$ y como la única forma de que salgan 5 escudos es la 1, la probabilidada es $\frac{1}{32}$, opción (a).

3. La respuesta correcta es la (a), es decir que solamente hay un balón para baloncesto, ya que de haber dos se tendría un posible caso de que al sacar tres balones, dosde ellos serían de baloncesto, lo cual contradice el hecho de que siempre que saquemos tres balones, dos al menos deben ser de fútbol.

4. De la primera afirmación se deduce que Eny no vive en Birrisito, y de la segunda que tampoco vive en Moravia o en Sarapiquí, luego se concluye que Eny vive en Santo Domingo.
Por la tercera afirmación, Brenda no es de Sarapiquí, ni de Birrisito. Además no es de Santo Domingo, por lo que debe ser de Moravia.
Alicia entonces no es de Santo Domingo, ni de Moravia, pero por la cuarta afirmación tampoco es de Sarapiquí, y por lo tanto es de Birrisito. Luego, la respuesta es la (c).

5. La respuesta correcta es la (b), ya que si el 11 está opuesto al 4, el 12 lo esta al 3, el 13 lo está con el 2 y el 14 con el 1. Por lo tanto, hay 14 asientos en el carrusel.

6. La cantidad de horas trabajadas en construir el muro en primera instancia por los 12 trabajadores es $12 \cdot 8 \cdot 8 = 768$. Por lo tanto se debe invertir el mismo número de horas para construir el muro con la segunda condición, entonces si designamos con x la cantidad de trabajadores requeridos, se tiene que $x \cdot 4 \cdot 6 = 768 \leftrightarrow x = 768 \div 24 = 32$. Entoces se requiren 32 trabajadores para construir el muro y la respuesta es la (b).

7. El número de personas no es importante en el problema pero podemos suponer que son 100 para resolverlo. Como hace un mes $10\,\%$ estaban enfermos, entonces había 10 personas enfermas y 90 saludables. En el transcurso del mes, un $20\,\%$ de las personas enfermas se curaron; es decir; 2 se recuperaron. El $10\,\%$ de las personas saludables; o sea, 9 se enfermaron. De allí se sigue que hay $8 + 9 = 17$ personas enfermas y 83 saludables o el $83\,\%$.

8. En 12 horas la aguja recorre un ángulo de 360. Ahora 75 minutos corresponden $1\frac{1}{4}$ horas. Por regla de tres, la aguja recorre un ángulo de $37,5$.

9. Se debe tener al menos una moneda de cada denominación, es decir 6 monedas distintas que suman $c690$. Por lo tanto se debe tener $c210$ en las restantes 5 monedas. Esto significa que no puede haber más monedas de $c500$ y a lo sumo una moneda de $c100$. Las formas posibles son

n	$Denominacion$	n	$Denominacion$	n	$Denominacion$
1	$c100$	1	$c100$	4	$c50$
1	$c50$	2	$c50$	1	$c10$
2	$c25$	2	$c5$		
1	$c10$				

Por lo tanto la respuesta correcta es (c).

10. La diagonal donde están el 3 y 4 solamente puede completarse con 2 y 1. El 1 no puede colocarse en la casilla inferior derecha (pues en esa subcuadrícula faltaría número 5). Para completar la columna derecha deben colocarse el 4 y 3, en la casillas superior debe colocarse el 4 (si se coloca el 3 se llega nuevamente a necesitar un 5 en una casilla).

1	3	2	4
2	4	1	3
4	2	3	1
3	1	4	2

La única forma posible es colocando los números por lo que la respuesta correcta es (d).

7. Créditos

Este documento es un material de apoyo sobre Probabilidad, Conteo y Razonamiento Lógico para estudiantes que participan en el primer nivel de la primera eliminatoria de la Olimpiada Costarricense de Matemática.

Autora
Yoilyn Rojas Salazar

Editora
Yoilyn Rojas Salazar

Revisor
Christhian Zamora Jaén

Para referenciar este documento
Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas (2015). Material de apoyo sobre Combinatoria, Probabilidad y Razonamiento Lógico: I nivel, I Eliminatoria. San José, Costa Rica: autor.