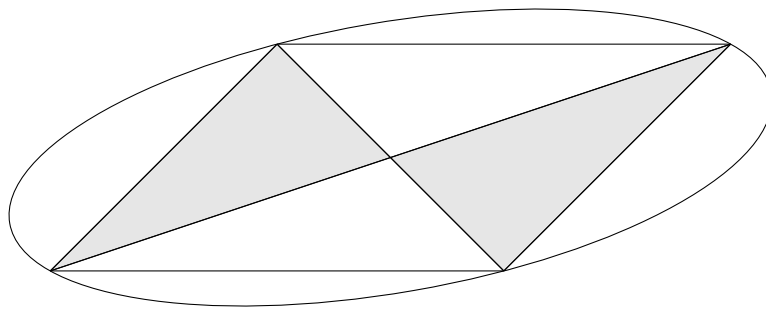


XXVIII OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

UNA - UCR - TEC - UNED - MEP - MICITT



PRIMERA ELIMINATORIA NACIONAL



II Nivel
(8° – 9°)

2016



Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2016 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas y le desea los mayores éxitos.

La prueba consta de un total de 25 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del viernes 1 de julio, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.com

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

\overline{AB}	segmento de extremos A y B	$\angle ABC \cong \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de \overline{AB}	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
\overrightarrow{AB}	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
\overleftrightarrow{AB}	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos \overrightarrow{BA} y \overrightarrow{BC}	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida del $\angle ABC$	\widehat{AB}	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida del \widehat{AB}
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área del $\triangle ABC$
\parallel	paralelismo	$(ABCD)$	área del $\square ABCD$
\perp	perpendicularidad	$P - Q - R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

1. Carlos vende naranjas en la Feria donde tiene cierta cantidad de naranjas, vende 30% de ellas y al finalizar la Feria le quedan 280 naranjas. La cantidad de naranjas que vendió Carlos en la Feria es

- (a) 100
- (b) 110
- (c) 115
- (d) 120

2. Una forma fraccionaria del número racional $0,05\overline{38}$ corresponde a

- (a) $\frac{5\ 383}{99\ 900}$
- (b) $\frac{5\ 383}{999\ 900}$
- (c) $\frac{53\ 833}{999\ 900}$
- (d) $\frac{53\ 833}{9\ 999\ 000}$

3. Si $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$ y $ab = \frac{1}{2}$ para a y b números reales positivos, entonces el valor numérico de $a + b$ es

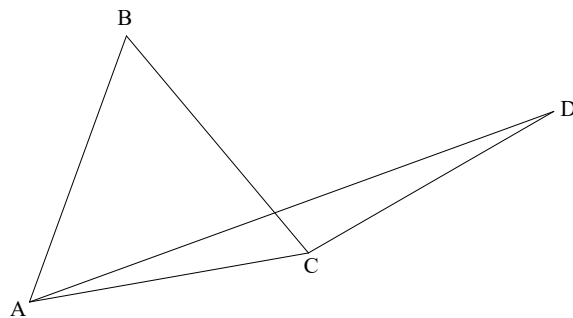
- (a) 2
- (b) 3
- (c) $\sqrt{2}$
- (d) $\sqrt{5}$

4. Si α y β son números enteros positivos, entonces en la ecuación $\alpha^\beta \cdot \beta^{2\alpha} \cdot (2\alpha + 1) \cdot (2\beta + 1)^2 = 158\ 760$ el valor de $\beta - \alpha$ es

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 5
- (d) 7

5. En la figura el $\triangle ABC$ es equilátero y $CB = CD$. Si $m\angle BCD = 100^\circ$, entonces $m\angle BAD$ es

- (a) 10°
(b) 20°
(c) 40°
(d) 50°



6. Considere cuatro números primos a , b , c y d tales que $a + b = 54$, $a + d = 39$ y $c + d = 25$. El valor de $b + c$ es

- (a) 40
(b) 46
(c) 60
(d) 64

7. Sean x , y números reales tales que $4x + y = 3(x + 2y)$. El valor numérico de la expresión $\frac{2x^5 + x^3y^2 - y^5}{x^4y}$ es

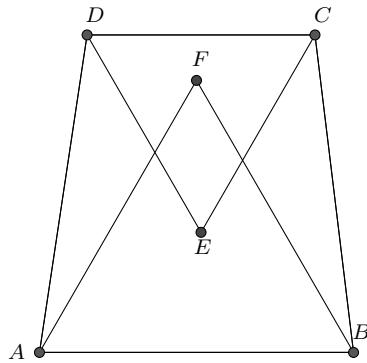
- (a) $\frac{374}{25}$
(b) $\frac{637}{25}$
(c) $\frac{674}{65}$
(d) $\frac{6374}{625}$

8. Un trabajo de pintura puede ser completado por el equipo de Andrés en 2 horas y 30 minutos o por el equipo de Beatriz en 75 minutos, pero nunca trabajan simultáneamente. En una ocasión el equipo de Andrés inició el trabajo y realizó una fracción $\frac{m}{n}$ del total, e inmediatamente el equipo de Beatriz empezó a trabajar. El trabajo se terminó en 90 minutos. Si m y n no tienen divisores en común, se tiene que el valor de $m + n$ es

- (a) 5
- (b) 6
- (c) 7
- (d) 8

9. Considere un trapecio isósceles $ABCD$, con $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $AB = 7$, $CD = 5$ y la altura sobre \overline{AB} de medida $5\sqrt{3}$. Si se trazan dos triángulos equiláteros en el interior del trapecio, tal como se muestra en la figura, entonces la medida de \overline{EF} es

- (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (b) $\sqrt{3}$
- (c) $2\sqrt{3}$
- (d) $4\sqrt{3}$

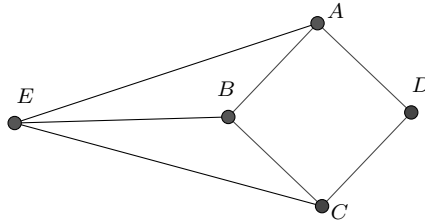


10. La cantidad de números de la forma $41a25b$, donde a y b son dígitos, que son divisibles por 11 es

- (a) 7
- (b) 9
- (c) 10
- (d) 12

11. Considere la figura adjunta en la que el $\square ABCD$ es un cuadrado y $AE = CE$. Si se sabe que $BE = 4\sqrt{2}$ y las áreas del $\square ABCD$ y del $\triangle ABE$ son iguales, entonces el área del cuadrado $ABCD$ es

- (a) 2
- (b) 4
- (c) 8
- (d) 16



12. El doble del producto de las edades de un padre y su hijo es 2016. Una posible edad del padre cuando su hijo nació es

- (a) 35
- (b) 38
- (c) 40
- (d) 42

13. En un triángulo ABC se tiene que la medida del $\angle ACB$ es 40° . Si P es el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos $\angle CAB$ y $\angle ABC$, entonces la medida del $\angle APB$ es

- (a) 80°
- (b) 100°
- (c) 110°
- (d) 140°

14. En un grupo de colegio de 32 estudiantes, 20 juegan fútbol, 15 practican baloncesto y 12 juegan ajedrez, pero ninguno realiza las tres actividades. La cantidad de alumnos que realizan dos actividades es

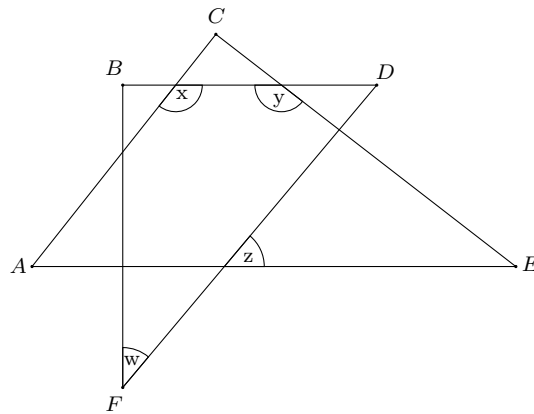
- (a) 9
- (b) 12
- (c) 15
- (d) 18

15. Dos motocicletas parten de un mismo lugar y viajan en direcciones opuestas. La primera motocicleta viaja a 46 kilómetros por hora y la segunda motocicleta viaja a 60 kilómetros por hora. El tiempo, en horas, para que la distancia entre las motocicletas sea 212 kilómetros es

- (a) 1
(b) 2
(c) 3
(d) 4

16. En la figura $\overline{AC} \parallel \overline{FD}$, $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$, $\overline{BD} \perp \overline{BF}$ y $\overline{AC} \perp \overline{CE}$. Entonces $x + y + z + w$ es

- (a) 270°
(b) 360°
(c) 390°
(d) 450°



17. La cantidad de parejas (a, b) de números enteros positivos, tales que $\frac{ab}{a+b} = 18$ corresponde a

- (a) 15
(b) 18
(c) 30
(d) 36

18. La probabilidad de que al lanzar una moneda al aire 12 veces caigan exactamente cuatro coronas es

- (a) $\frac{48}{4096}$
- (b) $\frac{144}{4096}$
- (c) $\frac{495}{4096}$
- (d) $\frac{495}{11880}$

19. Si en $\frac{10a + 6}{7(\sqrt{3a + 4} + \sqrt{1 - 2a})}$ se racionaliza el denominador y se simplifica al máximo el resultado, se obtiene una expresión cuyo numerador es

- (a) $\sqrt{3a + 4} + \sqrt{1 - 2a}$
- (b) $\sqrt{3a + 4} - \sqrt{1 - 2a}$
- (c) $2(\sqrt{3a + 4} + \sqrt{1 - 2a})$
- (d) $2(\sqrt{3a + 4} - \sqrt{1 - 2a})$

20. Esmeralda le pide a su hermano Sergio que escriba un número de seis dígitos diferentes de la forma $1a2b3c$ de modo que sea el mayor múltiplo de 15 posible. El valor de $|a^2 - b^2|$ es

- (a) 15
- (b) 32
- (c) 45
- (d) 65

21. Considere un $\triangle ABC$ isósceles con $AB = AC$. Sea D en \overleftrightarrow{AC} tal que $\overline{BD} \perp \overline{AB}$ y sea E el pie de la altura sobre \overline{AB} trazada desde C . Si $m\angle BAC = 45^\circ$ y $CE = 1$, entonces CD es

- (a) $\sqrt{2}$
- (b) $2\sqrt{2}$
- (c) $2 - \sqrt{2}$
- (d) $4 - \sqrt{2}$

22. De un total de 1 600 estudiantes de primer ingreso a cierta universidad, 581 desean matricular una carrera relacionada con las ciencias sociales, 972 optan por una ingeniería y 215 les gustaría matricular una carrera en ambas áreas.

Los restantes estudiantes opinan que se inscribirían en carreras asociadas a otras áreas distintas a la ciencias sociales o ingenierías.

De acuerdo con esta información, la probabilidad que un estudiante seleccione una carrera en otra area es

- (a) $\frac{43}{120}$
- (b) $\frac{131}{314}$
- (c) $\frac{131}{800}$
- (d) $\frac{1\ 019}{1\ 600}$

23. Una expresión equivalente a $\sqrt{9 - \sqrt{72}}$ es

- (a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$
- (b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
- (c) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
- (d) $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

24. Un grupo de 13 personas se sientan en una mesa circular. Las mujeres han decidido decir la verdad entre ellas y mentirle a los hombres. Los hombres han decidido decir la verdad entre ellos y mentirle a las mujeres.

La primer persona le dice a quien está a su derecha: “*en nuestro grupo la mayoría son hombres*”, esta le dice a quien está a la derecha: “*en nuestro grupo la mayoría son mujeres*”, y siguen así hasta que la última persona le dice a la primera: “*en nuestro grupo la mayoría son hombres*”.

Si se sabe que la primer persona le habla a una persona del mismo sexo, entonces con certeza la cantidad de hombres en la mesa es

- (a) 5
(b) 6
(c) 7
(d) 8
25. La adición $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ es equivalente a

- (a) $\frac{97}{98}$
(b) $\frac{98}{99}$
(c) $\frac{99}{100}$
(d) $\frac{100}{101}$