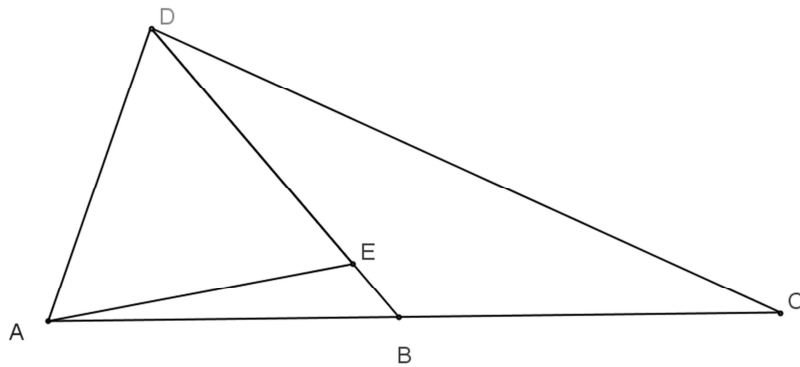


XXIV OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

MEP – ITCR – UCR – UNA – UNED - MICIT

**PRIMERA ELIMINATORIA
NACIONAL**



NIVEL B

2012

Estimado (a) estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemática 2012 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas y le desea mucho éxito.

INSTRUCCIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- La prueba consta de un total de 25 preguntas de selección única, todas con el mismo valor.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

\overline{AB}	Segmento de extremos A y B.	$\angle ABC \cong \angle DEF$	Congruencia de ángulos
AB	Distancia entre los puntos A y B.	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	Congruencia de triángulos
\overrightarrow{AB}	Rayo de origen A que contiene a B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	Semejanza de triángulos
$\angle ABC$	Ángulo de origen B y lados \overrightarrow{BA} y \overrightarrow{BC}	$\overline{BC} \cong \overline{EF}$	Congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	Medida del $\angle ABC$	\widehat{AB}	Arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	Triángulo de vértices A, B y C.	$m\widehat{AB}$	Medida del \widehat{AB}
$\square ABCD$	Cuadrilátero de vértices A, B, C y D.	a/b	El número entero a divide al número b .
\parallel	Paralelismo	(ABC)	Área del $\triangle ABC$
\perp	Perpendicularidad	$A - B - C$	B es un punto entre A y C.

1. El recíproco de la suma de los recíprocos de dos números es $\frac{14}{3}$. Si la suma de los números es 21 entonces su producto es igual a

- a) $\frac{9}{2}$
- b) $\frac{2}{9}$
- c) $\frac{1}{98}$
- d) 98

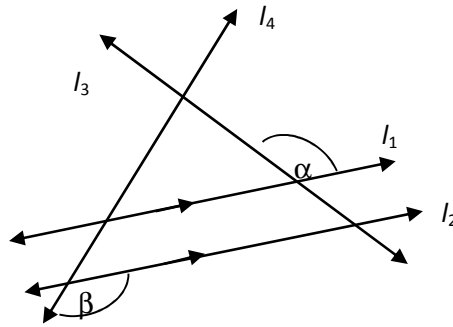
2. En una urna hay 5 bolas rojas, 7 verdes y 9 amarillas, todas del mismo peso y del mismo tamaño. Una persona extrae las bolas de dos en dos sin mirar el color. El menor número de extracciones que tiene que realizar para tener certeza de que ya sacó dos bolas del mismo color corresponde a

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5

3. Si a, b, c son números reales distintos, no nulos, la solución de la ecuación $(ax + b)(b - 2c) = b(4c - ax + b)$ es

- a) $\frac{bc}{a(b-c)}$
- b) $\frac{3bc}{a(c-b)}$
- c) $\frac{b(b+c)}{ac}$
- d) $\frac{3bc}{a(b-c)}$

4. En la figura adjunta $l_1 \parallel l_2$ y $l_3 \perp l_4$. Si $m \angle \alpha = 125^\circ$ entonces $m \angle \beta$ es



- a) 125°
- b) 135°
- c) 145°
- d) 155°

5. Juan debe sembrar en su huerta 320 plantas de zanahoria, 240 de lechugas y 360 de culantro. El terreno disponible para sembrarlas es de forma rectangular y quiere que cada hilera tenga la misma cantidad de plantas, sin mezclar diferentes tipos en cada hilera. El número de hileras que debe hacer es

- a) 2880
- b) 432
- c) 40
- d) 23

6. El resultado de racionalizar el denominador de la expresión $\frac{x + y - 2\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ corresponde a

- a) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$
- b) $\sqrt{x} - \sqrt{y}$
- c) $\frac{x(1 + 2\sqrt{y}) + y(1 - 2\sqrt{x})}{x - y}$
- d) $\frac{x + y - 2(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})}{x - y}$

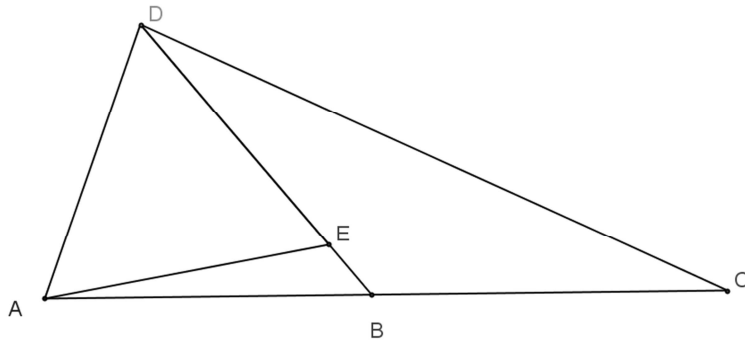
7. Si $P(x)$ es un polinomio tal que -3 y 5 son dos de sus ceros, entonces, con certeza se puede asegurar que un factor del polinomio $Q(x) = P(x) + (x^2 - 9)(x + 5)$ es

- a) $x + 5$
- b) $x - 3$
- c) $x - 5$
- d) $x + 3$

8. Dados cuatro puntos no colineales en un plano π_1 y tres puntos no colineales en un plano π_2 , $\pi_2 \parallel \pi_1$, el número máximo de rectas que quedan determinadas por estos 7 puntos es

- a) 12
- b) 18
- c) 21
- d) 28

9. En la figura adjunta el $\triangle AED$ es equilátero y el $\triangle BCD$ es isósceles, además $m\angle DAB = 70^\circ$, $D - E - B$ y $A - B - C$. Entonces $m\angle ADC$ corresponde a



- a) 85°
- b) $87,5^\circ$
- c) 100°
- d) 110°

10. Considere el polinomio $P(x) = (x+a)^2 - (x+b)^2$ donde a y b son dos números reales distintos. Si k es un número real tal que $P(k) + P(-a) = 0$ entonces el valor de k es

- a) $-b$
- b) b
- c) $\frac{a-b}{2}$
- d) $\frac{a+b}{2}$

11. Al resolver el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{60} = m \\ \frac{y}{5} - \frac{x}{60} = n \end{cases}$ con $m, n \in \mathbb{R}$. El valor de $x - y$ es

- a) $\frac{60}{143}(m - n)$
- b) $\frac{60}{143}(n - m)$
- c) $\frac{60}{13}(n - m)$
- d) $\frac{60}{13}(m - n)$

12. El número máximo de triángulos en los cuales dos lados miden 6cm y 9cm y la medida del tercer lado es un número natural corresponde a

- a) 3
- b) 5
- c) 8
- d) 11

13. La cifra de las unidades del número que resulta de $(5^0 - 2^3)^{2012} - 1974$ corresponde a

- a) 1
- b) 3
- c) 7
- d) 9

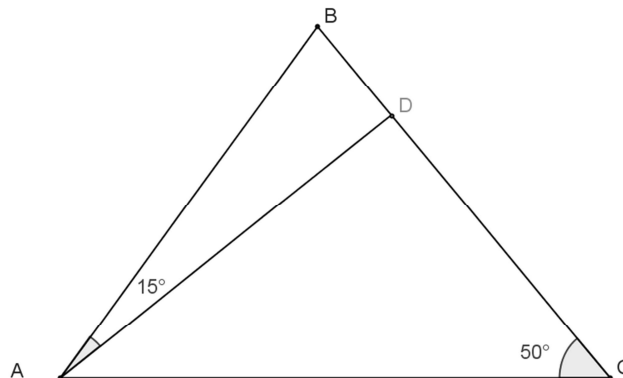
14. Una expresión equivalente a $\frac{23,1 \cdot 10^{22} - 1,25 \cdot 10^{23}}{2,00 \cdot 10^{13}}$ corresponde a

- a) $10,925 \cdot 10^{10}$
- b) $2,25 \cdot 10^{10}$
- c) $1,06 \cdot 10^9$
- d) $5,30 \cdot 10^9$

15. En un club deportivo hay 105 personas, de las cuales 39 practican baloncesto, 83 fútbol y 27 ambos deportes. La cantidad de personas que no practican baloncesto ni fútbol corresponde a

- a) 10
- b) 15
- c) 20
- d) 25

16. En la figura, la bisectriz del $\angle B$ interseca a \overline{AC} en E y a \overline{AD} en M.



Si $m\angle BCA = 50^\circ$, $m\angle DAB = 15^\circ$ y $m\angle DMB = 55^\circ$ entonces con certeza se cumple que

- a) $\triangle ABC$ es escaleno
- b) $\triangle ABC$ es equilátero
- c) \overline{AD} es mediana sobre \overline{BC}
- d) \overline{BE} es mediana sobre \overline{AC}

17. Si \overline{BD} , \overline{CF} y \overline{AE} son alturas del $\triangle ABC$ que se intersecan en el punto P, con P en el interior del triángulo tales que $m\angle BPE = 60^\circ$ y $m\angle DPC = 70^\circ$, entonces con certeza se cumple que $\triangle ABC$ es

- a) escaleno
- b) isósceles
- c) obtusángulo
- d) rectángulo

18. Considere un número n de la forma $n = \frac{x^3 + 3x^2 + 2x + x^2y + 3xy + 2y}{x^2 + 2x + xy + 2y}$ con x un número par y y un múltiplo de 5, entonces con certeza n es

- a) par
- b) impar
- c) múltiplo de 5
- d) múltiplo de 3

19. Un trapecio $\square ABCD$ es tal que $AD = AB = BC = 1$, $DC = 2$ y \overline{AB} es paralelo a \overline{DC} . La altura del trapecio es

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- c) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

20. Dos números reales a y b distintos de cero, cumplen que $ab = a - b$.

Entonces el valor de $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - ab$ corresponde a

- a) -2
- b) $-\frac{1}{2}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) 2

21. Pedro, Juan y Pablo tienen 30 bolinchas entre los tres. Si Pablo le da 5 bolinchas a Juan, Juan le da 4 bolinchas a Pedro y Pedro le da 2 bolinchas a Pablo, todos quedan con la misma cantidad. Entonces la cantidad de bolinchas que tenía Pablo al principio es

- a) 8
- b) 9
- c) 12
- d) 13

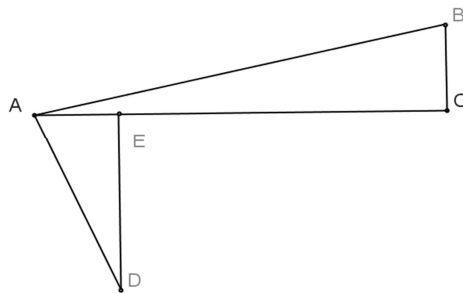
22. Sean a y b números reales distintos tales que $2a^2 + 2b^2 = 5ab$. Entonces la cantidad de valores posibles para la expresión $\frac{a+b}{a-b}$ es

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

23. El resultado de simplificar la expresión $\frac{(x-y)^2 - a^2}{x^2 - (y+a)^2}$ corresponde a

- a) $\frac{a}{2y}$
- b) $-\frac{a}{2y}$
- c) $\frac{x+y-a}{x-y+a}$
- d) $\frac{x-y+a}{x+y+a}$

24. En la figura $\angle BAD$, $\angle BCA$ y $\angle DEA$ son rectos. Si AB es el doble de AD , $DE = 2$ cm y $BC = 1$ cm, entonces la medida, en centímetros, de \overline{EC} es



- a) $\frac{1}{2}$
- b) 2
- c) $\frac{7}{2}$
- d) 4

25. Un cuadrado A tiene igual área que un rectángulo B, en el cual el largo mide 2cm más que la mitad de lo que mide el lado de A, y el ancho de B mide 1cm menos que el doble de lo que mide el lado de A. La diferencia entre el perímetro de B y el perímetro de A, en centímetros, es un número

- a) mayor que 3
- b) entre 2 y 3
- c) entre 1 y 2
- d) entre 0 y 1