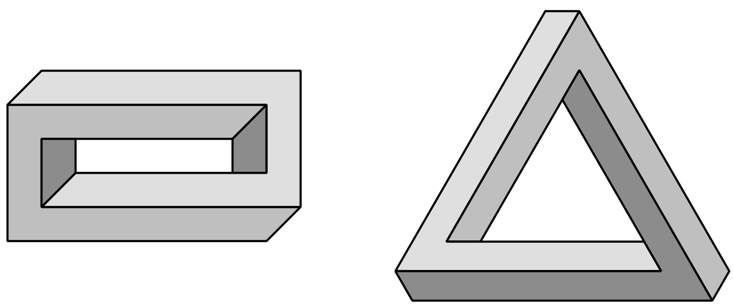
XXIX OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

MEP - UNA - UCR - UTN - MICITT - UNED - TEC

SOLUCIÓN PRIMERA ELIMINATORIA NACIONAL



I Nivel

(7°)

2017

Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2017 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, deseándole los mayores éxitos.
La prueba consta de un total de 25 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del viernes 30 de junio, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.com

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de ΔABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

1. En una ciudad, don César es dueño de cinco residenciales; tiene a cada uno enumerado del uno al cinco. En cada residencial existen 35 apartamentos, enumerados con tres dígitos. El primer dígito indica el número de residencial, los siguientes dos dígitos indican el número de apartamento (del 101 al 135 en el primer residencial, del 201 al 235 en el segundo residencial, y así sucesivamente). Para enumerar todos los apartamentos de los cinco residenciales, la cantidad de veces que se utiliza el número 2 es

   (a) 65

   (b) 70

   (c) 100

   (d) 105

- Opción correcta: *d*
- Solución:

  En cada residencial existen apartamentos que pueden contener: 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32; es decir, el número 2 es utilizado 14 veces por cada residencial.

  Como son 5 residenciales, el número 2 es utilizado $14 \cdot 5 = 70$ veces.

  Sin embargo, en el residencial 2, se utiliza 35 veces en la posición de las centenas.

  Luego, $70 + 35 = 105$ es la respuesta.

2. Diego y Daniela corren alrededor de una pista con rapidez constante. Diego corre seis vueltas en 14 minutos, mientras que Daniela tres vueltas en ocho minutos. Después de iniciar al mismo tiempo una carrera, cuando ambos llegaron juntos a la meta por primera vez, Diego observó que había pasado una cantidad entera de minutos. El total de vueltas que dieron entre los dos es

   (a) 24

   (b) 45

   (c) 56

   (d) 64

- Opción correcta: b
- Solución:

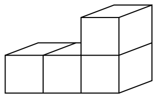
  Se procede a calcular el $m.c.m(14, 8) = 56$.

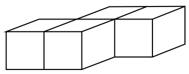
  Entonces Diego y Daniela llegaron juntos por primera vez a la meta, después de 56 minutos.

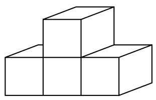
  Donde Diego en 56 minutos corre 24 vueltas y Daniela 21 vueltas.

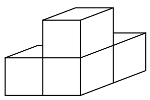
  Por lo tanto, ambos dieron 45 vueltas.

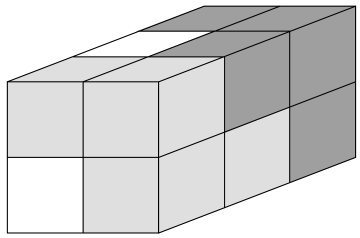
3. El paralelepípedo de la imagen adjunta está hecho de tres piezas. Cada pieza consiste de cuatro cubos del mismo color. La apariencia que tiene la pieza blanca es

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 



- Opción correcta: *c*
- Solución:

  Nótese que en las piezas grises, los cuatro cubos están visibles, y llenan los seis cubos de uno de los cubos de una de las caras $1 \times 2 \times 3$, y las dos esquinas superiores de la siguiente.

  Lo que indica que la pieza blanca está compuesta de tres cubos en fila, y el cuarto sobre el central, tal como en la figura *c*.

4. Considere un $\triangle ABC$ con F un punto en $\overline{AC}$, tal que $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ y $A-D-E-B$ con $DE = CE$. Si $m\angle CAB = 30°$ y $m\angle CEA = 70°$, entonces $m\angle FDC$ es

   (a) 25°

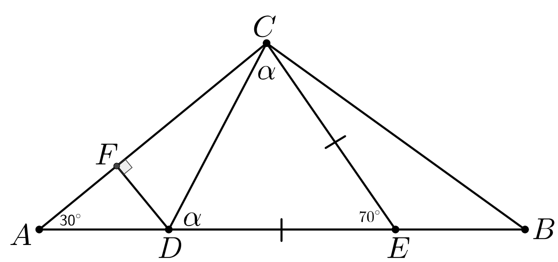
   (b) 55°

   (c) 65°

   (d) 125°

- Opción correcta: c
- Solución:

  De acuerdo con la información dada, se tiene la siguiente figura:



Se tiene que $DE = CE$, entonces el triángulo $\triangle CDE$ es isósceles, por lo que $\angle EDC = \angle ECD = \angle\alpha$.

Como la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°, se tiene que $2m\angle\alpha + m\angle CEA = 180° \Rightarrow m\angle\alpha = 55°$.

Se puede observar que el ángulo $\angle ADC$ es el suplementario del ángulo $\angle CDE$, entonces $m\angle ADC = 180° - m\angle\alpha = 125°$.

Como la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°, se tiene que $m\angle CAD + m\angle ADC + m\angle ACD = 180° \Rightarrow m\angle ACD = 25°$.

Por oto lado se tiene que $\overline{DF} \perp \overline{AC}$, entonces $m\angle FDC = 90° - m\angle ACD = 65°$.

5. En cierta ciudad, la calle Soledad es paralela a la calle Luciérnaga, la calle Estrella es perpendicular a la calle Pastora, la calle Pastora es paralela a la calle Luciérnaga y la calle Soledad es perpendicular a la calle Gaviota. Si la calle Estrella va de Norte a Sur, con certeza se cumple que

   (a) La calle Gaviota es paralela a la calle Pastora.

   (b) La calle Soledad es perpendicular a la calle Pastora.

   (c) La calle Estrella es perpendicular a la calle Soledad.

   (d) La calle Gaviota va de Este a Oeste.

- Opción correcta: *c*
- Solución:

  La calle Estrella es perpendicular a la calle Pastora y la calle Pastora es paralela a la calle Luciérnaga, se tiene que la calle Estrella es perpendicular a la calle Luciérnaga.

  Como la calle Luciérnaga es paralela a la calle Soledad, entonces se tiene que la calle Estrella es perpendicular a la calle Soledad.

6. Sean x y y números enteros, tales que al dividir x por y se obtiene el cociente q y el residuo r. El residuo que se obtiene al dividir $x + 2ry$ por y es

   (a) 0

   (b) r

   (c) $2q$

   (d) $2r$

- Opción correcta: b

- Solución:

  Como el residuo de dividir $2ry$ por y es cero, entonces el residuo de dividir $x + 2ry$ por y es igual al residuo de dividir x por y, es decir el residuo es r.

7. Si el perímetro de un triángulo es 50 cm, entonces la medida en centímetros de uno de sus lados puede ser

    (a) 20

    (b) 25

    (c) 30

    (d) 35

- Opción correcta: a
- Solución:

  Si a, b y c son las medidas de los lados del triángulo con $a \leq c$, $b \leq c$, por desigualdad triangular se tiene que $c < a + b$ entonces $2c < a + b + c$, así $c < 25$, por lo que la respuesta correcta es la opción (a).

8. Ana y Antonio se reparten un terreno que heredaron. Según las condiciones de la herencia, Ana recibe dos quintas partes del terreno y Antonio el resto. Sin embargo, Antonio decide ceder a Ana una cuarta parte de la porción del terreno que él recibiría. La parte del terreno que finalmente recibió Ana es

   (a) $\frac{1}{2}$

   (b) $\frac{7}{10}$

   (c) $\frac{9}{20}$

   (d) $\frac{11}{20}$

- Opción correcta: *d*
- Solución:
  Ana recibe dos quintas partes del terreno y Antonio el resto, por lo que Antonio recibe $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$.
  Antonio decide ceder a Ana una cuarta parte de la porción de terreno que él recibiría, por lo que Antonio cede a Ana $\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{20}$.
  Finalmente, Ana recibió $\frac{2}{5}+\frac{3}{20}=\frac{11}{20}$.

9. Un número *palíndromo* es aquel que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. La menor cantidad de dígitos que deben eliminarse en el número 87 979 981 para que sea *palíndromo* es

   (a) 2

   (b) 3

   (c) 4

   (d) 5

- Opción correcta: *b*
- Solución:

  En 87 979 981 debe de quitarse el uno, de esta manera queda 8 797 998.

  Ahora, en 8 797 998 debe quitarse los dos nueves que se encuentran a la derecha.

  De esta manera queda 87 978, el cual es un número *palíndromo*.

  Finalmente, se eliminaron 1, 9, 9. Se eliminaron 3 dígitos.

  Otra forma...

  En 87 979 981 debe eliminarse el uno, de esta manera queda 8 797 998.

  Seguidamente, se eliminan los dos sietes.

  Nuevamente, se han eliminado tres dígitos: 1, 7, 7; quedando 89 998.

  Otra forma...

  En 87 979 981 debe eliminarse el uno, de esta manera queda 8 797 998.

  Seguidamente, se eliminará el siete que se encuentra a la izquierda y uno de los nueves que se encuentra a la derecha.

  De esta manera quedará 89 798, como resultado de eliminar 3 dígitos: 1, 7, 9.

10. En la Olimpiada Internacional de Matemática hay 100 estudiantes de varias nacionalidades. Se sabe que 90 de ellos hablan inglés, 76 hablan francés, 78 hablan español y 58 hablan alemán. El mínimo número de estudiantes que se puede asegurar que hablan los cuatro idiomas es

    (a) 2

    (b) 34

    (c) 56

    (d) 98

- Opción correcta: a
- Solución:

  Luego de razonar un poco el problema se puede observar que los 24 que no saben francés sí pueden saber inglés y los 10 que no saben inglés sí sepan francés, lo que descuenta un total de $24 + 10 = 34$ personas que no saben alguno de los dos idiomas.

  Si los 22 que no saben español se encuentran entre las 66 personas que saben inglés y francés, volvemos a llegar a la peor situación posible, es decir, que $24 + 10 + 22 = 56$ tampoco hable alguno de estos tres idiomas.

  Utilizando en mismo razonamiento con el alemán (que no lo hablan 42 de los participantes), se llega a la conclusión que en la peor situación se tiene que: $24 + 10 + 22 + 42 = 98$ estudiantes no sepan hablar alguno de los cuatro idiomas, por lo que solo se puede asegurar que 2 de ellos conocen los cuatro.

11. La cantidad de números de tres dígitos en los que el dígito de las centenas es el triple del dígito de las unidades y la suma de sus dígitos es 12 es

    (a) 1

    (b) 2

    (c) 3

    (d) 4

- Opción correcta: c
- Solución:

  Sea $n = abc$ el número que representa la cantidad de tres dígitos.

  Como el dígito a es el dígito de las centenas y debe ser el triple de c, el de las unidades, se tiene que $c = 1, 2, 3$.

  Tenemos entonces las siguientes posibilidades: $3b1$, $6b2$ y $9b3$.

  Además, los dígitos deben sumar 12, tenemos que los siguientes números son los que cumplen con las condiciones: 381, 642 y 903.

12. El primer dígito (de izquierda a derecha) de un número de cuatro dígitos es la cantidad de ceros que aparecen en él, el segundo dígito es la cantidad de unos, el tercer dígito es la cantidad de dos, y el último es la cantidad de tres. La máxima cantidad de números que cumplen con las condiciones es

    (a) 0

    (b) 1

    (c) 2

    (d) 3

- Opción correcta: *c*

- Solución:

  El primer dígito debe ser mayor que 0 y menor que 3.

  Ahora si el primer dígito es 3 el resto son ceros y no es posible porque el último en la cantidad de 3 y debería ser 1.

  Si el primer dígito es 2, entonces el tercer dígito debe ser mayor que 1 y la única posibilidad es 2020.

  Si el primer dígito es 1, entonces el segundo dígito es mayor que 1 y la única posibilidad es 1210. Por lo tanto, solo hay 2 números que cumplen.

13. Andrea forma dos números con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Ambos números tienen tres dígitos y cada dígito puede ser utilizado una sola vez. Si Andrea suma los dos números, entonces el resultado más grande que Andrea puede obtener es

    (a) 975

    (b) 999

    (c) 1083

    (d) 1173

- Opción correcta: *d*
- Solución:

  Los números más grandes son aquellos en los que los dos dígitos más altos (6 y 5) estén en la posición de las centenas, los segundos más altos (4 y 3) están en la posición de las decenas, y los bajos (2 y 1) están en la posición de las unidades.

  Esto nos da cuatro posibles combinaciones: 642 y 531; 641 y 532; 632 y 541 y finalmente, 631 y 542.

  Todas estas posibles combinaciones suman 1173.

14. Si en el cuadrilátero $ABCD$ se tiene que $AD = BC$, $m\angle DAC = 50°$, $m\angle DCA = 65°$ y $m\angle ACB = 70°$, entonces $m\angle ABC$ es

    (a) $50°$

    (b) $55°$

    (c) $60°$

    (d) $65°$

- Opción correcta: b
- Solución:

  Se tiene que la suma de las medidas de los ángulos internos del $\triangle ADC$ es $180°$.

  Ahora $m\angle ADC = 180° - (50° + 65°) = 65°$.

  El $\triangle ADC$ es isósceles y $AC = AD$.

  Como $AD = BC$ y comparten el lado $\overline{AC}$, el $\triangle ABC$ es también isósceles.

  Resulta que $AC = AD = BC$.

  Luego, $m\angle ABC = \dfrac{180° - 70°}{2} = 55°$.

15. Hoy es domingo y Karla inicia la lectura de un libro de 290 páginas. Ella lee solo cuatro páginas cada día, excepto los domingos, ya que esos días lee exactamente 25 páginas. La cantidad mínima de días que le tomará a Karla leer el libro completamente es

    (a) 36

    (b) 40

    (c) 41

    (d) 46

- Opción correcta: c
- Solución:

  Cada semana, iniciando en domingo y finalizando en sábado, Karla lee $25 + 4 \cdot 6 = 49$ páginas.

  Es decir, $\dfrac{290}{49}$ resultará 5 semanas completas. En estas 5 semanas Karla leerá 245 páginas, por lo que le faltarán de leer 45 páginas.

  Por tanto, inicia domingo leyendo 25 páginas, quedando 20 pendientes. Considerando cuatro páginas diarias, restarán 5 días más para concluir.

  Invertirá entonces 5 semanas y 6 días, para un total de 41 días.

16. El perímetro de un $\triangle MNP$ es 12 cm. Si en el triángulo se tiene que $MP = \dfrac{5}{3}MN$ y $MP = \dfrac{5}{4}NP$, entonces la medida en centímetros de $\overline{MN}$ es

    (a) 3

    (b) 4

    (c) 5

    (d) 12

- Opción correcta: a
- Solución:
  De acuerdo con la información, el perímetro del $\triangle MNP$ es:

  $$MN + NP + MP = 12$$

  $$\frac{3}{5}MP + \frac{4}{5}MP + MP = 12$$

  $$\frac{3MP + 4MP + 5MP}{5} = 12$$

  $$MP = 5$$

  $$MN = \frac{3}{5}MP = 3$$

17. En una bolsa hay solo monedas de 25, 50 y 100 colones. Hay 170 monedas en total. Hay al menos una moneda de cada denominación y cantidades diferentes de todas. Además, si se colocan en orden las respectivas cantidades de monedas, la primera divide a la segunda y la segunda a la tercera. La máxima cantidad de dinero, en colones, que puede haber en la bolsa es

    (a) 14 250

    (b) 16 375

    (c) 16 875

    (d) 17 000

- Opción correcta: b
- Solución:

  Sean a, b, c las cantidades, donde $1 \leq a < b < c$.

  La cantidad que maximiza el monto debe contener la mínima cantidad de monedas de 25.

  En este caso, si hay una moneda de 25, es decir $a = 1$, entonces hay 169 monedas de 50 o 100, luego, como $b \mid c$ y $b + c = 169$ entonces $b \mid 169 = 13^2$.

  Como $b > 1$ y entonces debe ser $b = 13$, en cuyo caso $c = 13 \cdot 12 = 157$. Luego, la cantidad de dinero es $25 + 13 \cdot 50 + 157 \cdot 100 = 16\,375$.

18. Se desean repartir 35 libros entre varias personas de manera que no tengan la misma cantidad. La máxima cantidad de personas a las que se les pueden repartir los libros es

    (a) 6

    (b) 7

    (c) 8

    (d) 9

- Opción correcta: *b*

- Solución:

  Si repartimos 1 al primero, 2 al segundo y así sucesivamente, podemos repartir $1+2+3+4+5+6+7=\dfrac{7\cdot 8}{2}=28$ libros y faltan 7 por repartir.

  Una posibilidad es darle uno más a cada uno y así se repartirían a 7 personas.

  Otra posibilidad es repartirlos de la forma 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 14.

  Así, la máxima cantidad es 7.

19. Considere el triángulo equilátero $\triangle ABC$. Si M es el punto medio de $\overline{AC}$, Q un punto en $\overline{BM}$, P y R puntos en $\overline{BC}$, tales que $B - P - R - C$ y el $\triangle QPR$ es isósceles y recto en P, entonces $m\angle MQR$ es

    (a) $75°$

    (b) $90°$

    (c) $105°$

    (d) $120°$

- Opción correcta: a
- Solución:

  El triángulo $\triangle ABC$ es equilátero, por lo que $m\angle ABC = 60°$.

  M es punto medio de $\overline{AC}$ por lo que $m\angle MBC = 30°$.

  El $\triangle QPR$ es recto en P, por lo que $m\angle QPR = 90°$ y $m\angle QPB = 90°$.

  Luego, por la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo, $m\angle BQP = 60°$.

  El $\triangle QPR$ es isósceles, por lo que $m\angle PQR = 45°$.

  Finalmente, $m\angle MQR = 180° - m\angle PQR - m\angle BQP = 180° - 45° - 60° = 75°$.

20. Sean p y q dígitos. Los posibles valores de p para que el número $pp\,ppq\,qqq$ sea divisible por 45 son

    (a) 5 y 0

    (b) 3 y 7

    (c) 4 y 9

    (d) 5 y 9

- Opción correcta: c
- Solución:

  Como el número $pp\,ppq\,qqq$ debe ser divisible por 45 entonces debe ser divisible por 5 y por 9, para que sea divisible por 5 q debe ser 5 o 0.

  Para que sea divisible por 9 la sumas de sus cifras debe ser un múltiplo de 9, es decir:
  $p+p+p+p+q+q+q+q = 4p+4q = 4(p+q)$ debe ser múltiplo de 9.
  Y como 4 y 9 son coprimos entonces $p+q$ debe ser múltiplo de 9, pero como q no es 9 entonces se tiene que $p+q=9$ y así $p=4$ o $p=9$.

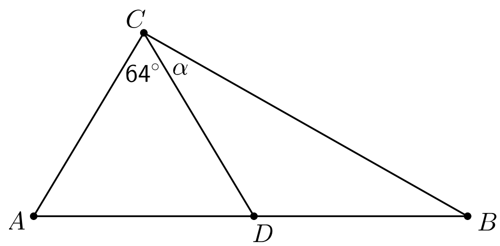
21. En la figura adjunta, se tiene que $AC = CD$, $CD = BD$ y $m\angle ACD = 64°$. La medida del $\angle BCD$ es

    (a) 29°

    (b) 58°

    (c) 64°

    (d) 122°



- Opción correcta: a
- Solución:

  Se tiene que $AC = CD$, por la clasificación de triángulos de acuerdo con la medida de sus ángulos internos y con la medida de sus lados se tiene que el triángulo $\triangle ACD$ es isósceles, entonces los ángulos $\angle CAD = \angle ADC$.

  Por el teorema de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo, se tiene que:

  $2m\angle CAD + 64° = 180° \Rightarrow m\angle CAD = 58°$.

  Por otro lado se tiene que: $CD = BD$, entonces $\angle BCD = \angle DBC = \alpha$.

  Por el teorema de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo, se tiene que:

  $58° + 64° + 2m\angle\alpha = 180° \Rightarrow m\angle\alpha = 29°$.

22. Un prisionero lleva muchos años encerrado, por lo cual el carcelero decide darle una oportunidad de escapar; coloca la llave de la celda en una de cuatro cajas idénticas y le dice al prisionero que si escoge la caja que contiene la llave, queda en libertad. El prisionero (que no sabe en cuál caja está la llave) selecciona una caja al azar. Antes de abrirla, el carcelero (que sí sabe dónde está dicha llave) le abre dos cajas que no tienen la llave y le dice: como puedes observar, ahora hay dos cajas y una de ellas tiene la llave, ¿deseas cambiar la caja que escogiste? Si el prisionero decide cambiar de caja, la probabilidad de escapar es

    (a) $\frac{1}{2}$

    (b) $\frac{1}{3}$

    (c) $\frac{1}{4}$

    (d) $\frac{3}{4}$

- Opción correcta: d
- Solución:

  Si no cambia de caja las posibilidades de ganar serán 1 de 4 (la probabilidad de haber acertado desde antes), mientras que si decide cambiar, la probabilidad de ganar es equivalente a la probabilidad de equivocarse en la primera elección que es 3 de 4.

23. Un pulpero recibió un encargo de cajas de leche. Se le informó que no son más de 1000 cajas ni menos de 900, y que si se agrupan en grupos de cinco cajas sobran dos, al igual que si se agrupan en grupos de siete cajas; pero si se hace en grupos de dos cajas no sobran y en grupos de tres cajas sobra una. La cantidad de cajas que recibió el pulpero es

    (a) 912

    (b) 946

    (c) 982

    (d) 996

- Opción correcta: c

- Solución:

  Si se considera x como la cantidad de cajas, entoces $x - 2$ sería múltiplo de 5, de 7 y de 2; es decir, múltiplo de 70.

  Entre 900 y 1000 los múltiplos de 70 son 910 y 980.

  Si x es 912 no sobrarían cajas al hacer grupos de 3, si es 982 sobraría una, así $x = 982$.

24. Considere el número $n = 4\,489\,613\,5a8$ donde a es un dígito. La cantidad máxima de opciones para las cuales n es múltiplo de 132 es

    (a) 0

    (b) 1

    (c) 2

    (d) 3

- Opción correcta: b
- Solución:

  Para que sea múltiplo de 132, como $132 = 3 \cdot 4 \cdot 11$, entonces el número debe ser divisible por 3, 4 y 11.

  Para ser divisible por 3, como la suma de las cifras restantes es 48, entonces a debe ser múltiplo de 3. Para que sea divisible por 4 las últimas dos cifras deben ser múltiplos de 4, por lo que solo cumplen 0 y 6 por la condición anterior.

  Por último, para que sea divisible por 11, la diferencia de las cifras impares y las pares deben ser múltiplo de 11 y solamente cumple el 6. Por lo tanto, la cantidad es 1.

25. Un cilindro se puede llenar con una manguera en dos horas y con otra manguera en seis horas. Además, se puede vaciar por medio de un desagüe en una hora y 45 minutos. El encargado del cilindro deseaba llenarlo lo más rápido posible, así que decidió utilizar ambas mangueras a la vez, pero olvidó cerrar el desagüe. El tiempo, en horas, que perdió el encargado por este error es

    (a) 2

    (b) 9

    (c) 5,5

    (d) 10,5

- Opción correcta: b
- Solución:

  En una hora se llena
  $$\frac{1}{6}+\frac{1}{2}-\frac{4}{7}=\frac{2}{21}$$
  del cilindo, por lo que se dura 10,5 horas en llenarlo. Si el desagüe se hubiera cerrado, en una hora se llena
  $$\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$$
  del cilindro, por lo que se dura 1,5 horas en llenar. Es decir gastó de más 9 horas.