

XXIII^a OLIMPIADA de MAYO
Segundo Nivel
Mayo de 2017



Duración de la prueba: 3 horas.

Cada problema vale 10 puntos.

No puedes usar calculadora; no puedes consultar libros ni apuntes.

Justifica cada una de tus respuestas.

Al participar te comprometes a no divulgar los problemas hasta el 27 de mayo.

PROBLEMA 1

Decimos que un número entero positivo es *ascendente* si sus cifras leídas de izquierda a derecha están en orden estrictamente creciente. Por ejemplo, 458 es ascendente y 2339 no lo es.

Hallar el mayor número ascendente que es múltiplo de 56.

PROBLEMA 2

Varios números reales diferentes están escritos en el pizarrón. Si a, b, c son tres de estos números, distintos entre sí, al menos una de las sumas $a+b, b+c, c+a$ también es uno de los números del pizarrón. ¿Cuál es la mayor cantidad de números que pueden estar escritos en el pizarrón?

PROBLEMA 3

En un cuadrilátero $ABCD$ se cumple que $m\angle ABC = m\angle ADC = 90^\circ$ y $\angle BCD$ es obtuso. En el interior del cuadrilátero se ubica el punto P tal que $BCDP$ es un paralelogramo. La recta AP corta al lado BC en M .

Además $BM = 2$, $MC = 5$ y $CD = 3$.

Determinar la longitud de AM .

PROBLEMA 4

Consideramos todos los números de 7 dígitos que se obtienen permutando de todas las maneras posibles los dígitos de 1234567. ¿Cuántos de ellos son divisibles entre 7?

PROBLEMA 5

Ababa juega con una palabra formada por las letras de su nombre y se ha puesto ciertas reglas:

Si encuentra una A seguida inmediatamente de una B las puede sustituir por BAA.

Si encuentra dos B consecutivas las puede borrar.

Si encuentra tres A consecutivas las puede borrar.

Ababa empieza con la palabra ABABABAABAAB. Con las reglas anteriores, ¿cuántas letras tiene la palabra más corta a la que puede llegar? ¿Por qué no puede llegar a una palabra más corta?