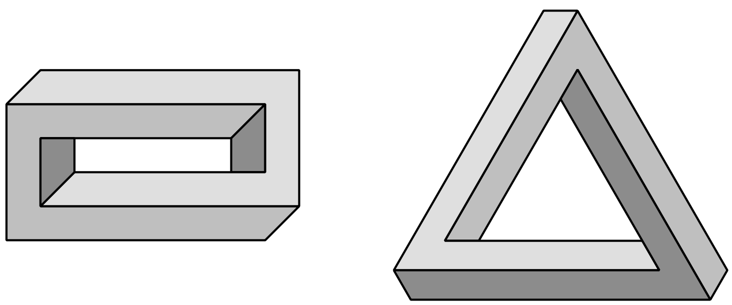
XXX OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

MEP - UNA - UCR - MICITT - UNED - TEC

PRIMERA ELIMINATORIA



Nivel I

(7°)

2018

Estimado estudiante:

La comisión de OLCOMA le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria de la XXX Olimpiada Costarricense de Matemáticas, deseándole los mayores éxitos.
La prueba consta de un total de 25 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a la segunda eliminatoria a partir del viernes 6 de julio, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.com

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida del $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida del $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida del $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área del $\triangle ABC$
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área del $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

1. Una bolsa de papel contiene 22 bolas iguales, excepto que dos de ellas son rojas, tres azules, diez blancas, cuatro verdes y tres negras. Las bolas son extraídas de la bolsa al azar y sin devolverlas. La cantidad mínima de bolas que deben extraerse para obtener dos del mismo color es

   (a) 4

   (b) 5

   (c) 6

   (d) 9

2. La suma de los dígitos del mayor divisor del número $n = 1\,223\,334\,444$, distinto de n, es

   (a) 32
   (b) 33
   (c) 34
   (d) 35

3. Considere el $\triangle ABC$ isósceles y acutángulo, tal que $AC = BC$. Si $A - M - C$, con $AM = AB$, y $m\angle ACB = 40°$, entonces $m\angle MBC$ es

   (a) $15°$

   (b) $40°$

   (c) $55°$

   (d) $70°$

4. En el siguiente tablero 4×4 se escribió en cada casilla una operación, de manera que en cada fila y en cada columna los resultados contienen cada número del 1 al 4. Sin embargo, se borraron algunas casillas; la operación que podría estar en la esquina inferior derecha es

   (a) $9 - 8$

   (b) $6 \div 3$

   (c) 1×4

   (d) $2 + 1$

1×1		1×3	
2×2	$6 - 3$		$6 - 5$
$4 - 1$	$1 + 3$	$8 - 7$	
$9 - 7$	$2 - 1$		?

5. Si seis trabajadores construyen un muro en 10 días, con una jornada de ocho horas diarias, entonces la cantidad de trabajadores que se necesita para construir un muro igual al anterior, pero en cinco días con jornadas de cuatro horas diarias, corresponde a

   (a) 6

   (b) 12

   (c) 24

   (d) 32

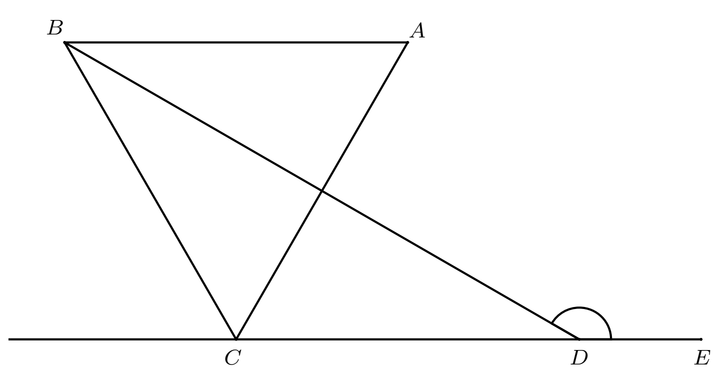
6. En la figura adjunta, el $\triangle ABC$ es equilátero, D está en $\overleftrightarrow{CE}$, $\overline{AB} \parallel \overleftrightarrow{CE}$ y $\overline{DB}$ divide al $\angle CBA$ en dos ángulos de igual medida. Con certeza, $m\angle BDE$ es

   (a) $4 \cdot m\angle ABD$

   (b) $5 \cdot m\angle ABD$

   (c) $m\angle BCA + m\angle ACD$

   (d) $m\angle BCA + m\angle CBD$



7. Hoy es sábado y Ricardo inicia la lectura de un libro de 200 páginas. Ricardo solo puede leer seis páginas cada día, excepto los sábados que puede leer 25 páginas. La cantidad mínima de días que le tomará a Ricardo leer el libro completamente es

   (a) 22

   (b) 23

   (c) 24

   (d) 25

8. Considere el triángulo isósceles $\triangle ABC$, con $AB = AC$. Si M es un punto sobre $\overline{BC}$, tal que $\overline{AM} \perp \overline{BC}$, entonces $m\angle MAB + m\angle BCA$ es

   (a) $120°$

   (b) $90°$

   (c) $60°$

   (d) $45°$

9. Si se sabe que $\dfrac{x}{y} = \dfrac{6}{5}$ y que $\dfrac{y}{z} = \dfrac{4}{5}$, se puede asegurar que el valor numérico de $\dfrac{x^2 z}{y^3}$ es

   (a) $\dfrac{216}{125}$

   (b) $\dfrac{144}{125}$

   (c) $\dfrac{9}{5}$

   (d) 9

10. El collar que se muestra en la figura adjunta contiene perlas oscuras y perlas claras. Carlos toma una perla tras otra del collar, siempre de alguno de los dos extremos. Si se detiene tan pronto toma la quinta perla oscura, el mayor número de perlas claras que pudo tomar Carlos es

    (a) 4

    (b) 5

    (c) 6

    (d) 7

11. En una finca se tienen tres cerdos, seis gallinas y cierto número de vacas. Si se contaron 44 patas entre todos los animales, el número de vacas de la finca es

    (a) 6

    (b) 5

    (c) 4

    (d) 3

12. Cuando el entero positivo x se divide por 5, el residuo es 2. El residuo cuando $3x$ se divide por 5 es

    (a) 1

    (b) 2

    (c) 3

    (d) 5

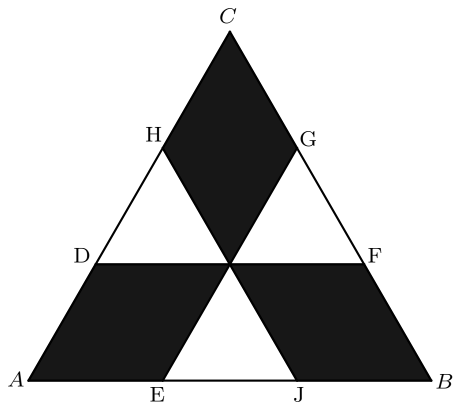
13. En la figura adjunta, el $\triangle ABC$ es equilátero y su área es 18. Además, los puntos G y F, E y J, así como D y H dividen, respectivamente, a los segmentos $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ en tres segmentos de igual medida. El área de la región sombreada es

    (a) 6

    (b) 9

    (c) 12

    (d) 16



14. La diferencia entre 120 % de 30 y 130 % de 20 es

    (a) 0
    (b) 5
    (c) 8
    (d) 10

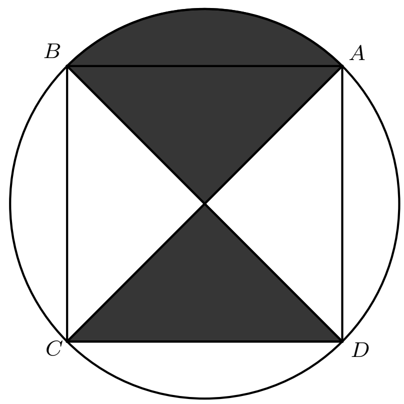
15. Se escriben los números enteros positivos desde el uno hasta el 2018, uno a continuación del otro, sin espacios intermedios, formando una larga secuencia de dígitos:

    $$12345678910111213\ldots 201620172018$$

    La cantidad de dígitos que se escriben antes de que se escriban tres 8 seguidos es

    (a) 164
    (b) 165
    (c) 166
    (d) 167

16. En la figura adjunta, $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son diámetros del círculo de área p; además, el $\square ABCD$ es un cuadrado de área q. Si ambas áreas están dadas en metros cuadrados, el área de la región sombreada, en metros cuadrados, es



(a) $\dfrac{p}{2}+\dfrac{q}{2}$

(b) $\dfrac{p}{2}+\dfrac{q}{3}$

(c) $\dfrac{p}{4}+\dfrac{q}{3}$

(d) $\dfrac{p}{4}+\dfrac{q}{4}$

17. Para las pasadas fiestas de Palmares se estima que asistieron cuatro mujeres por cada tres hombres, tres niñas por cada cuatro niños y un niño por cada tres hombres. La razón de mujeres a niñas que asistieron a dichas fiestas es

(a) 1 : 4

(b) 2 : 3

(c) 4 : 3

(d) 16 : 3

18. Al dividir 2018 por un número desconocido obtenemos residuo 143, entonces es verdadero que el producto del cociente por el divisor es

(a) par

(b) primo

(c) múltiplo de 3

(d) múltiplo de 11

19. Carlos y María empiezan a correr alrededor de una pista de entrenamiento al mismo tiempo y cada uno de ellos corre con una rapidez constante: Carlos corre siete vueltas en 15 minutos, mientras que María cinco vueltas en 12 minutos. Cuando ambos llegaron juntos a la meta por primera vez, Carlos observó que había pasado una cantidad entera de minutos. El total de vueltas que dio Carlos en la pista de entrenamiento cuando llegaron a la meta juntos por primera vez es

    (a) 25

    (b) 28

    (c) 30

    (d) 60

20. Una caja contiene únicamente monedas y anillos; ambos objetos están hechos de oro o de plata. Se sabe, además, que 20 % de estos objetos en la caja son anillos y 40 % de las monedas son de plata. Si en la caja hay exactamente 156 monedas de oro, entonces la cantidad de anillos en la caja es

    (a) 65

    (b) 82

    (c) 104

    (d) 169

21. En una caja hay seis bolas blancas, 16 bolas rojas y el resto son bolas azules. Todas las bolas son del mismo peso, contextura y tamaño. Si la probabilidad de sacar de la caja (al azar) un bola blanca es de 0,15, entonces la probabilidad de sacar una bola azul es

    (a) 0,40

    (b) 0,45

    (c) 0,50

    (d) 0,75

22. Considere un punto M en el interior del $\triangle ABC$ y sea N un punto tal que $B-N-C$ y $A-M-N$. Con certeza se puede asegurar que

    (a) $AB+BC>AM+MC$

    (b) $AB+BC<AM+MC$

    (c) $2MB+MC+MN<2BN+NC$

    (d) $NC+BN>MC+MB+2MN$

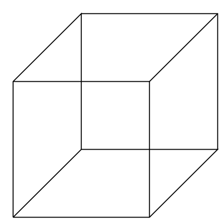
23. Considere un cubo como el que se muestra en la figura adjunta. La cantidad de triángulos tales que sus tres vértices son los vértices del cubo es

    (a) 12

    (b) 24

    (c) 56

    (d) 60



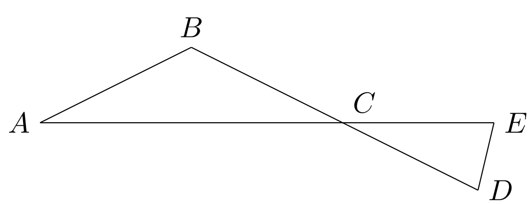
24. En la figura adjunta, C es el punto de intersección de $\overline{AE}$ y $\overline{BD}$, $AB=BC$ y $CE=CD$. Si $m\angle CED=55°$, entonces $m\angle ABC$ es

    (a) 40°

    (b) 55°

    (c) 70°

    (d) 80°



25. Una cantidad par de personas decide bailar entre sí en una circunferencia. Cada persona baila con quien que se encuentra diametralmente opuesta a ella.
Si las personas están numeradas con 1, 2, 3, ... de manera consecutiva, y si se sabe que la persona que tiene el número 24 baila con la que tiene el número 73, entonces la cantidad de personas que se encuentran bailando es

    (a) 96
    (b) 98
    (c) 100
    (d) 102