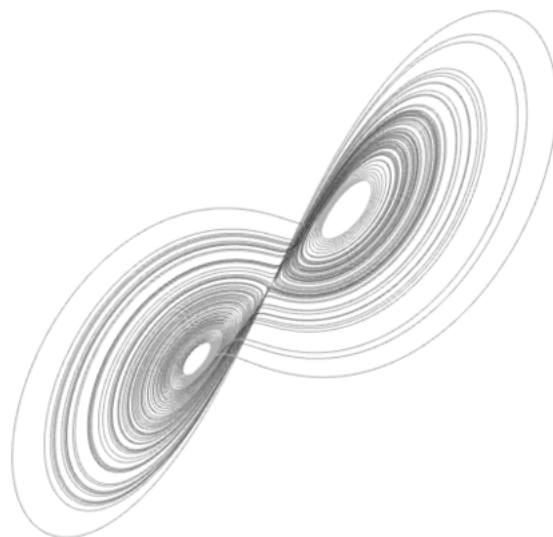


XXX OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

MEP - UNA - UCR - MICITT - UNED - TEC



PRIMERA ELIMINATORIA



Nivel II
(8° – 9°)
2018



Estimado estudiante:

La comisión de OLCOMA le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria de la XXX Olimpiada Costarricense de Matemáticas, deseándole los mayores éxitos.

La prueba consta de un total de 25 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a la segunda eliminatoria a partir del viernes 6 de julio, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.com

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA			
\overline{AB}	segmento de extremos A y B	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida del \overline{AB}	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
\overrightarrow{AB}	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
\overleftrightarrow{AB}	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos \overrightarrow{BA} y \overrightarrow{BC}	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida del $\angle ABC$	\widehat{AB}	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida del \widehat{AB}
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área del $\triangle ABC$
\parallel	paralelismo	$(ABCD)$	área del $\square ABCD$
\perp	perpendicularidad	$P - Q - R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

1. Si la hija de Tiffany es la mamá de mi hija, entonces yo soy
 - (a) Tiffany
 - (b) La hija de Tiffany
 - (c) La nieta de Tiffany
 - (d) La mamá de Tiffany

2. El resultado de la operación $\frac{2018 \times 2,018}{20,18 \times 201,8}$ es
 - (a) 0,1
 - (b) 1
 - (c) 10
 - (d) 100

3. La cantidad de números de tres cifras que son cuadrados perfectos y múltiplos de seis es
 - (a) 3
 - (b) 4
 - (c) 6
 - (d) 7

4. Considere el triángulo rectángulo $\triangle ABC$, recto en B . Sea M un punto sobre \overline{BC} , $B - M - C$, con \overline{AM} bisectriz del $\angle BAC$. Si $m\angle AMC = 115^\circ$, entonces $m\angle MCA$ es
 - (a) 25°
 - (b) 40°
 - (c) 65°
 - (d) 115°

5. Gerardo y Mariam juegan con tres dados, el primer dado tiene tres caras rojas y tres negras, el segundo dado tiene cuatro caras rojas y dos negras, y el tercer dado tiene todas las caras rojas. El juego consiste en tirar dos de los tres dados, si las dos caras son iguales gana Gerardo, si las caras son distintas gana Mariam. Si Mariam selecciona el primer dado, entonces el dado que debe seleccionar Gerardo para tener mayor probabilidad de ganar es

- (a) El dado 2
- (b) El dado 3
- (c) Con ambos dados se tiene la misma probabilidad
- (d) No se puede determinar

6. Considere el $\triangle ABC$ recto en B , y sea D un punto, tal que $A - D - C$ y $\overline{BD} \perp \overline{AC}$. Si $\frac{CD}{AD} = \frac{3}{7}$, la razón entre las áreas de los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle ADB$ es

- (a) $\frac{7}{3}$
- (b) $\frac{3}{7}$
- (c) $\frac{10}{3}$
- (d) $\frac{10}{7}$

7. Se toman los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 y se forman tres números de tres dígitos cada uno, sin repetir ningún dígito. Si se suman los tres números, entonces el mayor resultado que se puede obtener es

- (a) 1962
- (b) 2457
- (c) 2556
- (d) 2628

8. Sean a , b y c números enteros positivos, tales que $a^2b = 28$, $b^2c = 147$ y $c^2a = 18$. El valor de abc es

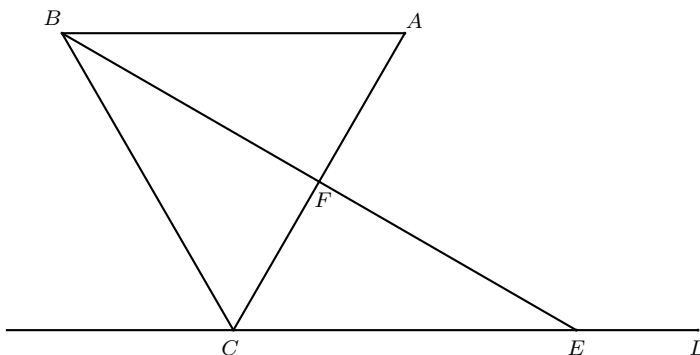
- (a) 14
- (b) 21
- (c) 28
- (d) 42

9. Christian, Alexander y Leonel tienen entre los tres 435 monedas de 100 colones. Christian gasta la mitad de sus monedas, Alexander gasta la tercera parte de sus monedas y Leonel la cuarta parte de sus monedas. Ahora los tres tienen la misma cantidad de monedas. Entonces, la cantidad de monedas que tenía inicialmente Alexander es

- (a) 120
- (b) 135
- (c) 180
- (d) 220

10. En la figura adjunta, $C - E - D$, el $\triangle ABC$ es equilátero, $\overrightarrow{CD} \parallel \overline{AB}$, \overline{BE} es mediatriz del \overline{AC} y F es el punto de intersección de \overline{AC} con \overline{BE} . Si el área del $\triangle CFE = 2\sqrt{3}$ cm², entonces el perímetro, en cm, del $\triangle ABC$ es

- (a) 12
- (b) 24
- (c) $2\sqrt{3}$
- (d) $6\sqrt{3}$

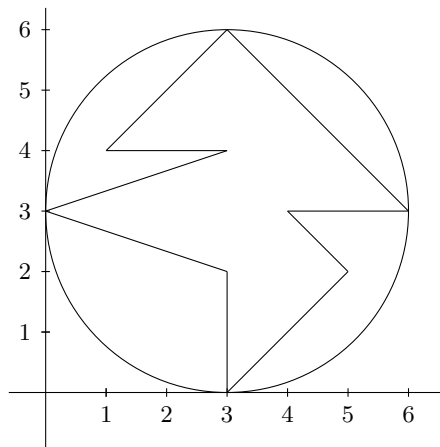


11. German y Leonardo van a correr dando vueltas a una pista ovalada con 400 metros de longitud. Ellos comienzan al mismo tiempo, pero Leonardo se adelanta, pues él corre 25% más rápido que German. La cantidad de vueltas que habrá dado Leonardo cuando alcance por primera vez a German es

- (a) 3
- (b) 4
- (c) 8
- (d) 9

12. De acuerdo con la información de la figura adjunta, el área de la región que está dentro de la circunferencia pero fuera del polígono es

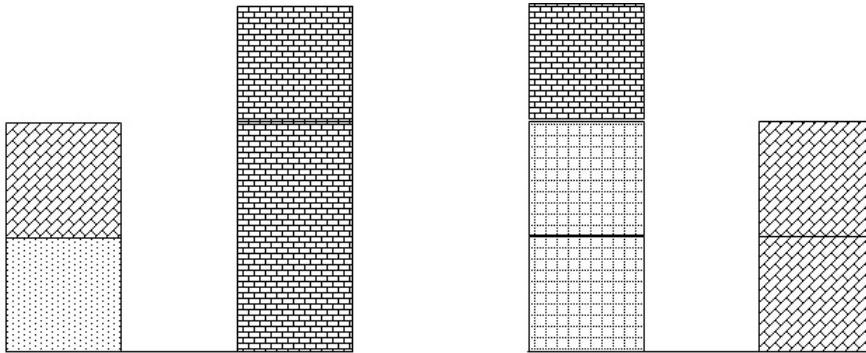
- (a) $9\pi - 12$
- (b) $9\pi - 13$
- (c) $9\pi - 12,5$
- (d) $9\pi - 13,5$



13. En un pequeño pueblo solamente hay cuatro edificios, que pueden tener 1, 2 o 3 pisos. Cada edificio tiene un estilo de fachada diferente: ladrillos horizontales, ladrillos diagonales, cuadrículado o punteado.

Norte		
1		2
3		4
Sur		

Si una persona observa el pueblo desde el Norte se tiene una vista como la que se indica en la primera figura (figura de la izquierda), mientras que si observa desde el Sur se tiene una vista como la que se muestra en la segunda figura (figura de la derecha).



Entonces se puede asegurar que una proposición **falsa** es

- (a) El edificio 2 tiene 1 piso con fachada de puntos.
- (b) El edificio 3 tiene 2 pisos con fachada cuadrículada.
- (c) El edificio 4 tiene 2 pisos con fachada de ladrillos diagonales.
- (d) El edificio 1 tiene 3 pisos con fachada de ladrillo diagonales.

14. Se escriben los números enteros positivos desde el uno hasta el 2018, uno a continuación del otro, sin espacios intermedios, formando una larga secuencia de dígitos:

12345678910111213...201620172018

La cantidad máxima de dígitos que se escriben antes de que se escriban tres 9 seguidos es

- (a) 2586
 - (b) 2589
 - (c) 2597
 - (d) 2694
15. Carlos y Fabricio llevan entre los dos, 60 000 colones al parque de diversiones. Incluyendo las entradas, Carlos gasta un total de 12 000 colones y Fabricio un total de 10 000 colones. Al finalizar el día, Carlos tiene el doble de dinero que tenía Fabricio al inicio del día. Al finalizar el día, la cantidad de dinero, en colones, que tiene Fabricio es

- (a) 6000
- (b) 8000
- (c) 10 000
- (d) 12 000

16. Considere los puntos A, B, P y Q tales que $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$, $\overline{AP} \perp \overline{BA}$. Si además se cumple que $PQ = \frac{AB}{3}$ y que $AP = AB$, entonces la razón entre las áreas de los triángulos $\triangle ABP$ y $\triangle BPQ$ es

- (a) $\frac{1}{3}$
- (b) 1
- (c) $\frac{3}{2}$
- (d) 3

17. Inicialmente, en una pizarra está escrito el número 2018. Una persona realiza el siguiente procedimiento: toma el número escrito en la pizarra, lo multiplica por 2 y le suma 1, luego reemplaza el número escrito en la pizarra por el resultado obtenido. Si este procedimiento se realiza 2018 veces, entonces el dígito de las unidades del último número obtenido es

(a) 1

(b) 3

(c) 5

(d) 7

18. Erick acude a la casa de Rolando con la intención de comprar tres videojuegos. Al llegar, Rolando le ofrece cinco juegos de acción, cuatro de aventuras y tres de deportes; como Erick no puede decidirse, le pide a Rolando que escoja tres al azar. La probabilidad de que Erick adquiera uno de cada categoría es

(a) $\frac{3}{11}$

(b) $\frac{3}{44}$

(c) $\frac{3}{55}$

(d) $\frac{3}{110}$

19. En una cuadrícula 3×3 se colocan nueve números enteros consecutivos, ordenados de menor a mayor y siguiendo la distribución que se muestra en la figura adjunta. Si se sabe que la suma de los elementos colocados en dicha cuadrícula es 2277, entonces la suma de los elementos de la tercera fila es

(a) 750

(b) 764

(c) 766

(d) 769

1	2	3
5	4	8
6	7	9

20. Un ratón es perseguido por un gato. El ratón le aventaja por 98 de sus pasos al gato. Si por cada cinco pasos del ratón, el gato da tres pasos y, además, cuatro pasos del gato equivalen a nueve pasos del ratón, entonces el número de pasos que debe dar el gato para alcanzar al ratón es

(a) 153

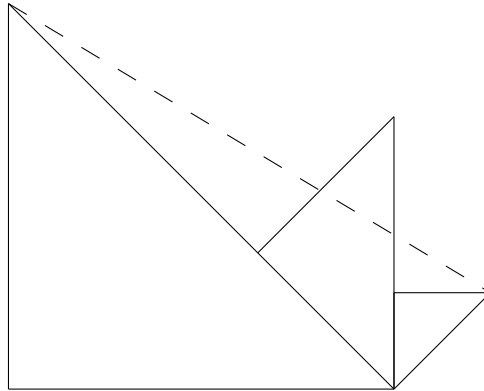
(b) 162

(c) 168

(d) 171

21. En la figura adjunta se presentan tres triángulos rectángulos isósceles, donde la hipotenusa del mediano mide la mitad de la hipotenusa del grande, y la del pequeño la mitad de la del mediano. Si un cateto del triángulo grande mide 1 cm, entonces la longitud, en centímetros, de la línea punteada es

- (a) $\frac{\sqrt{34}}{4}$
 (b) $\frac{\sqrt{17}}{4}$
 (c) $\frac{\sqrt{17}}{2}$
 (d) $\frac{\sqrt{34}}{2}$



22. Sea $N = 123456789101112131415161718$. El residuo de la división de N por 45 es

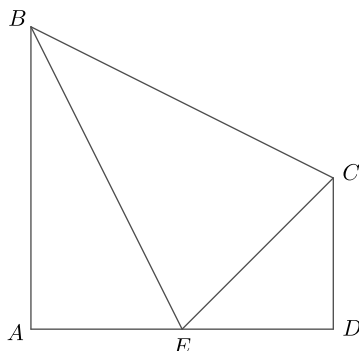
- (a) 0
 (b) 8
 (c) 9
 (d) 18

23. El número de parejas de números naturales para las cuales el mínimo común múltiplo es igual a 2018 corresponde a

- (a) 3
 (b) 4
 (c) 5
 (d) 6

24. Considere la figura adjunta. Si E es el punto medio del \overline{AD} , $m\angle BAD = m\angle CDA = 90^\circ$, $AD = AB = x$ y el $\triangle EDC$ es isósceles, entonces el área del $\triangle EBC$ es

- (a) $\frac{5x^2}{8}$
 (b) $\frac{5x^2}{4}$
 (c) $\frac{3x^2}{8}$
 (d) $\frac{x^2}{8}$



25. Juan Pablo escribe la siguiente sucesión de números:

$$999\,998, \quad 9\,999\,998, \quad 99\,999\,998, \quad \dots, \quad \underbrace{999\dots98}_{2018 \text{ veces}}$$

Luego suma todos los números en la sucesión y a este número le llama S ; es decir:

$$S = 999\,998 + 9\,999\,998 + 99\,999\,998 + \dots + \underbrace{999\dots98}_{2018 \text{ veces}}$$

La suma de los dígitos de S es

- (a) 2014
 (b) 2018
 (c) 2025
 (d) 2028